

PHẦN I : ĐẠI SỐ - GIẢI TÍCH**CHƯƠNG 0****CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC****I. HỆ THỨC CƠ BẢN****1. Định nghĩa các giá trị lượng giác:**

$$\overline{OP} = \cos a$$

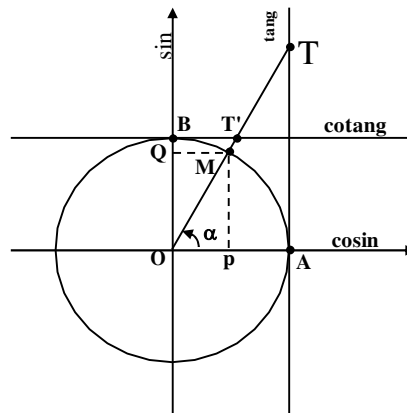
$$\overline{OQ} = \sin a$$

$$\overline{AT} = \tan a$$

$$\overline{BT'} = \cot a$$

Nhận xét:

- $\forall a, -1 \leq \cos a \leq 1; -1 \leq \sin a \leq 1$
- $\tan a$ xác định khi $a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$,
- $\cot a$ xác định khi $a \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

**2. Dấu của các giá trị lượng giác:**

Cung phần tư \ Giá trị lượng giác	I	II	III	IV
Sina	+	+	-	-
Cosa	+	-	-	+
Tana	+	-	+	-
Cota	+	-	+	-

3. Hệ thức cơ bản:

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} \left(a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \right); \quad \cot a = \frac{\cos a}{\sin a} \quad (a \neq k\pi);$$

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1 \quad \forall a \in \mathbb{R}; \quad \tan a \cdot \cot a = 1 \quad \left(a \neq \frac{k\pi}{2} \right);$$

$$1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}, \left(a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \right); \quad 1 + \cot^2 a = \frac{1}{\sin^2 a}, (a \neq k\pi)$$

4. Cung liên kết:

Cung đối nhau	Cung bù nhau	Cung phụ nhau
$\cos(-a) = \cos a$	$\sin(\pi - a) = \sin a$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos a$
$\sin(-a) = -\sin a$	$\cos(\pi - a) = -\cos a$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin a$
$\tan(-a) = -\tan a$	$\tan(\pi - a) = -\tan a$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cot a$
$\cot(-a) = -\cot a$	$\cot(\pi - a) = -\cot a$	$\cot\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \tan a$

Cung hơn kém π	Cung hơn kém $\frac{\pi}{2}$
$\sin(\pi + a) = -\sin a$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos a$
$\cos(\pi + a) = -\cos a$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\sin a$
$\tan(\pi + a) = \tan a$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\cot a$
$\cot(\pi + a) = \cot a$	$\cot\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\tan a$

Bảng giá trị lượng giác của các góc (cung) đặc biệt

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	0	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	0		0
cotg		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1		0	

II. CÔNG THỨC CỘNG

Công thức cộng:

$$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \cdot \tan b}$$

III. CÔNG THỨC NHÂN

1. Công thức nhân đôi:

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a;$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}; \quad \cot 2a = \frac{\cot^2 a - 1}{2 \cot a}$$

2. Công thức hạ bậc:

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

$$\tan^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$$

3. Công thức nhân ba:

$$\sin 3a = 3 \sin a - 4 \sin^3 a$$

$$\cos 3a = 4 \cos^3 a - 3 \cos a$$

$$\tan 3a = \frac{3 \tan a - \tan^3 a}{1 - 3 \tan^2 a}$$

4. Công thức biểu diễn $\sin a$, $\cos a$, $\tan a$ theo $t = \tan \frac{a}{2}$:

Đặt: $t = \tan \frac{a}{2}$ ($a \neq \pi + 2k\pi$) thì: $\sin a = \frac{2t}{1+t^2}; \quad \cos a = \frac{1-t^2}{1+t^2}; \quad \tan a = \frac{2t}{1-t^2}$

IV. CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI

1. Công thức biến đổi tổng thành tích:

$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$	$\tan a + \tan b = \frac{\sin(a+b)}{\cos a \cdot \cos b}$
$\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$	$\tan a - \tan b = \frac{\sin(a-b)}{\cos a \cdot \cos b}$
$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$	$\cot a + \cot b = \frac{\sin(a+b)}{\sin a \cdot \sin b}$
$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$	$\cot a - \cot b = \frac{\sin(b-a)}{\sin a \cdot \sin b}$
$\sin a + \cos a = \sqrt{2} \cdot \sin \left(a + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cdot \cos \left(a - \frac{\pi}{4} \right)$ $\sin a - \cos a = \sqrt{2} \sin \left(a - \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2} \cos \left(a + \frac{\pi}{4} \right)$	

2. Công thức biến đổi tích thành tổng:

$$\begin{aligned}\cos a \cdot \cos b &= \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)] \\ \sin a \cdot \sin b &= \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)] \\ \sin a \cdot \cos b &= \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]\end{aligned}$$

CHƯƠNG I
HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC - PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Vấn đề 1: TẬP XÁC ĐỊNH, TẬP GIÁ TRỊ, TÍNH CHẴN – LẺ, CHU KỲ

$y = \sin x$: Tập xác định $D = \mathbb{R}$; tập giá trị $T = [-1, 1]$; hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = 2\pi$.

* $y = \sin(ax + b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{2\pi}{|a|}$

* $y = \sin(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

$y = \cos x$: Tập xác định $D = \mathbb{R}$; Tập giá trị $T = [-1, 1]$; hàm chẵn, chu kỳ $T_0 = 2\pi$.

* $y = \cos(ax + b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{2\pi}{|a|}$

* $y = \cos(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x)$ xác định.

$y = \tan x$: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$; tập giá trị $T = \mathbb{R}$, hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = \pi$.

* $y = \tan(ax + b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$

* $y = \tan(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

$y = \cot x$: Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$; tập giá trị $T = \mathbb{R}$, hàm lẻ, chu kỳ $T_0 = \pi$.

* $y = \cot(ax + b)$ có chu kỳ $T_0 = \frac{\pi}{|a|}$

* $y = \cot(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x) \neq k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

* $y = f_1(x)$ có chu kỳ T_1 ; $y = f_2(x)$ có chu kỳ T_2

Thì hàm số $y = f_1(x) \pm f_2(x)$ có chu kỳ T_0 là bội chung nhỏ nhất của T_1 và T_2 .

Bài 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a/ $y = \tan x$

b/ $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

c/ $y = \frac{\sin x + 3}{\cos x + 1}$

d/ $y = \frac{2 \tan x + 3}{\sin x}$

e/ $y = \frac{4 \sin x - 3}{\cos x}$

f/ $y = \frac{\cos x + 5}{\sin x + 1}$

g/ $y = \frac{2}{\sin x - 1}$

h/ $y = \frac{\sin x}{\cos(x - \pi)}$

i/ $y = \frac{\cos x + 1}{\cos x - 1}$

Bài 2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số:

a/ $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$

b/ $y = 2\sqrt{\cos x + 1} - 3$

c/ $y = \frac{2}{3 \cos x + 7}$

d/ (*) $y = 4 \sin^2 x - 4 \sin x + 3$

e/ (*) $y = \cos^2 x + 2 \sin x + 2$

f/ (*) $y = \sin^4 x - 2 \cos^2 x + 1$

g/ (*) $y = \sin x + \cos x$

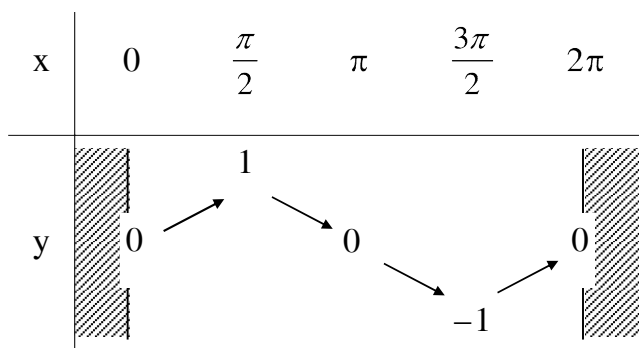
h/ (*) $y = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$

i/ (*) $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 3$

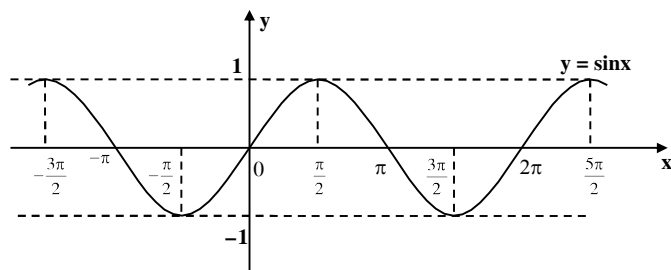
Vấn đề 2: ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

1./ Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = \sin x$.

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
- Tập giá trị: $[-1, 1]$.
- Chu kỳ: $T = 2\pi$.
- Bảng biến thiên trên đoạn $[0, 2\pi]$



- Tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = 2k\pi \cdot \vec{i}$ ta được đồ thị $y = \sin x$.

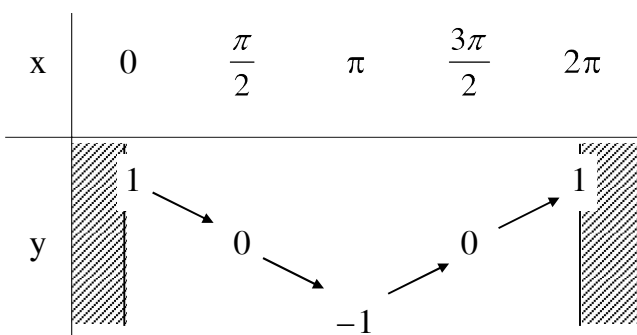


Nhận xét:

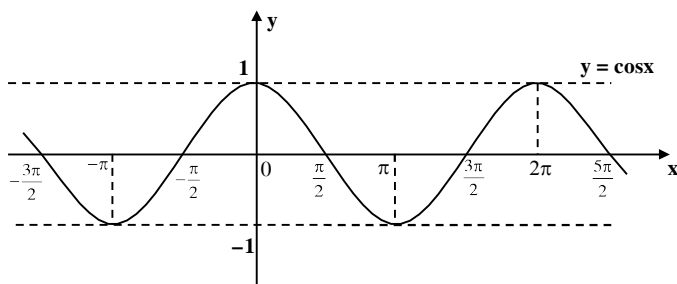
- Đồ thị là một hàm số lẻ nên nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.
- Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ và nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

2./ Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = \cos x$.

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
- Tập giá trị: $[-1, 1]$.
- Chu kỳ: $T = 2\pi$.
- Bảng biến thiên trên đoạn $[0, 2\pi]$:



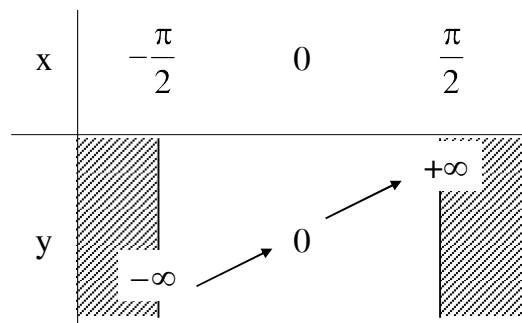
- Tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = 2k\pi \cdot \vec{i}$ ta được đồ thị $y = \cos x$.

Nhận xét:

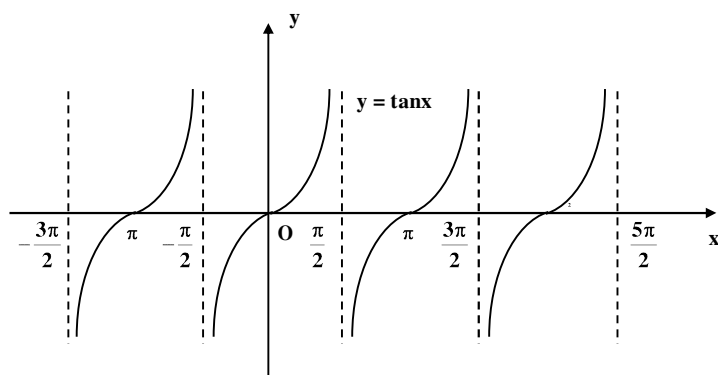
- Đồ thị là một hàm số chẵn nên nhận trục tung Oy làm trục đối xứng.
- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0, \pi)$ và đồng biến trên khoảng $(\pi, 2\pi)$.

3./ Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = \tan x$.

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- Tập giá trị: $\mathbb{R}$.
- Chu kỳ: $T = \pi$.
- Bảng biến thiên trên $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right)$:



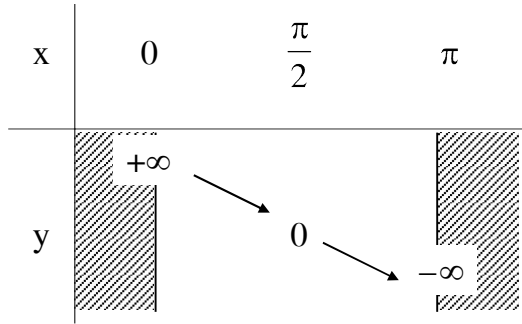
- Tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = k\pi \cdot \vec{i}$ ta được đồ thị $y = \tan x$.

**Nhận xét:**

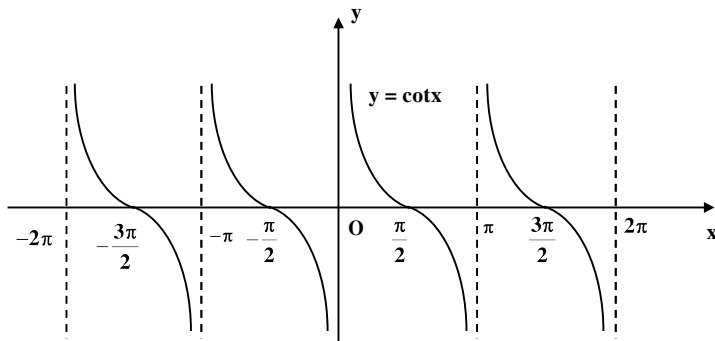
- Đồ thị là một hàm số lẻ nên nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.
- Hàm số luôn đồng biến trên tập xác định D.

4./ Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = \cot x$.

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- Tập giá trị: $\mathbb{R}$.
- Chu kỳ: $T = \pi$.
- Bảng biến thiên trên đoạn $[0, \pi]$:



- Tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = k\pi \cdot \vec{i}$ ta được đồ thị $y = \cot x$.

**Nhận xét:**

- Đồ thị là một hàm số lẻ nên nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.
- Hàm số luôn giảm trên tập xác định D.

II. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

I. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

1. Phương trình $\sin x = \sin \alpha$

$$a/ \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$b/ \sin x = a. \text{ Điều kiện: } -1 \leq a \leq 1.$$

$$\sin x = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin a + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin a + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$c/ \sin u = -\sin v \Leftrightarrow \sin u = \sin(-v)$$

$$d/ \sin u = \cos v \Leftrightarrow \sin u = \sin\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$$

$$e/ \sin u = -\cos v \Leftrightarrow \sin u = \sin\left(v - \frac{\pi}{2}\right)$$

Các trường hợp đặc biệt:

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x = \pm 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

2. Phương trình $\cos x = \cos \alpha$

a/ $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

b/ $\cos x = a$. Điều kiện: $-1 \leq a \leq 1$.
 $\cos x = a \Leftrightarrow x = \pm \arccos a + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

c/ $\cos u = -\cos v \Leftrightarrow \cos u = \cos(\pi - v)$

d/ $\cos u = \sin v \Leftrightarrow \cos u = \cos\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e/ $\cos u = -\sin v \Leftrightarrow \cos u = \cos\left(\frac{\pi}{2} + v\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

$\cos x = \pm 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

3. Phương trình $\tan x = \tan \alpha$

a/ $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

b/ $\tan x = a \Leftrightarrow x = \arctan a + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

c/ $\tan u = -\tan v \Leftrightarrow \tan u = \tan(-v)$

d/ $\tan u = \cot v \Leftrightarrow \tan u = \tan\left(\frac{\pi}{2} - v\right)$

e/ $\tan u = -\cot v \Leftrightarrow \tan u = \tan\left(\frac{\pi}{2} + v\right)$

Các trường hợp đặc biệt:

$\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

$\tan x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

4. Phương trình $\cot x = \cot \alpha$

$$\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cot x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} a + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Các trường hợp đặc biệt:

$$\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cot x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

5. Một số điều cần chú ý:

a/ Khi giải phương trình có chứa các hàm số tan, cot, có mẫu số hoặc chứa căn bậc chẵn, thì nhất thiết phải đặt điều kiện để phương trình xác định.

* Phương trình chứa $\tan x$ thì điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

* Phương trình chứa $\cot x$ thì điều kiện: $x \neq k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

* Phương trình chứa cả $\tan x$ và $\cot x$ thì điều kiện $x \neq k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$

*** Phương trình có mẫu số:**

$$\bullet \quad \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\bullet \quad \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\bullet \quad \tan x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\bullet \quad \cot x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

b/ Khi tìm được nghiệm phải kiểm tra điều kiện. Ta thường dùng một trong các cách sau để kiểm tra điều kiện:

1. Kiểm tra trực tiếp bằng cách thay giá trị của x vào biểu thức điều kiện.
2. Dùng đường tròn lượng giác!.
3. Giải các phương trình vô định!.

Bài 1. Giải các phương trình:

1) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 0.$

2) $\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = 1.$

3) $\cos\left(\frac{\pi}{5} - x\right) = -1.$

4) $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = 0.$

5) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1.$

6) $\sin\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right) = -1.$

7) $\sin(3x + 1) = \frac{1}{2}.$

8) $\cos(x - 15^0) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

9) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$

10) $\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = -\frac{1}{2}.$

11) $\tan(2x - 1) = \sqrt{3}.$

12) $\cot(3x + 10^0) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

13) $\tan\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -1.$

14) $\cot\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1.$

15) $\cos(2x + 25^0) = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$

Bài 2. Giải các phương trình:

1) $\sin 3x = \sin x.$

2) $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right).$

3) $\cos 3x = \sin 2x.$

4) $\sin(x - 120^0) + \cos 2x = 0.$

5) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0.$

6) $\sin 3x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = 0.$

7) $\tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right).$

8) $\cot\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right).$

9) $\tan 2x + \cot x = 0.$

10) $\cot^2 x = 1.$

11) $\sin^2 x = \frac{1}{2}.$

12) $|\cos x| = \frac{1}{2}.$

13) $\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos^2 x.$

14) $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 - \cos 2x.$

II. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI ĐỐI VỚI MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Dạng	Đặt	Điều kiện
$a\sin^2 x + b\sin x + c = 0$	$t = \sin x$	$-1 \leq t \leq 1$
$a\cos^2 x + b\cos x + c = 0$	$t = \cos x$	$-1 \leq t \leq 1$
$a\tan^2 x + b\tan x + c = 0$	$t = \tan x$	$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$
$a\cot^2 x + b\cot x + c = 0$	$t = \cot x$	$x \neq k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Nếu đặt: $t = \sin^2 x$ hoặc $t = |\sin x|$ thì điều kiện: $0 \leq t \leq 1$.

Bài 1. Giải các phương trình sau:

1) $\sin^2 x + 3\sin x - 4 = 0$.

2) $2\cos^2 2x - 3\cos 2x + 1 = 0$.

3) $\tan^2 x - 2\tan x - 3 = 0$.

4) $\cos^2 2x + \sin 2x + 1 = 0$.

5) $2\sin^2 x + 5\cos x + 1 = 0$.

6) $\cos 2x + 9\cos x + 5 = 0$.

7) $\cos 2x - 5\sin x - 3 = 0$.

8) $\tan x - 2\cot x + 1 = 0$.

9) $\cos 2x - 3\cos x = 4\cos^2 \frac{x}{2}$.

10) $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2}\sin 2x$.

Bài 2. (*) Cho phương trình $\left(\sin x + \frac{\sin 3x + \cos 3x}{1 + 2\sin 2x} \right) = \frac{3 + \cos 2x}{5}$. Tìm các nghiệm của phương trình thuộc $(0; 2\pi)$.

Bài 3. (*) Cho phương trình: $\cos 5x \cdot \cos x = \cos 4x \cdot \cos 2x + 3\cos 2x + 1$. Tìm các nghiệm của phương trình thuộc $(-\pi; \pi)$.

III. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT THEO SINX VÀ COSX

DẠNG: $a \sin x + b \cos x = c \quad (1)$

- Chia hai vế phương trình cho $\sqrt{a^2 + b^2}$ ta được:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

- Đặt: $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (\alpha \in [0, 2\pi])$

phương trình trở thành: $\sin x \cdot \cos \alpha + \cos x \cdot \sin \alpha = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$$\Leftrightarrow \sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad : \text{phương trình lượng giác cơ bản}$$

- Điều kiện để phương trình có nghiệm là:

$$\left| \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right| \leq 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq c^2.$$

Bài 1. Giải các phương trình sau:

1) $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}.$

2) $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{6}}{2}.$

3) $\sqrt{3} \cos 3x + \sin 3x = \sqrt{2}.$

4) $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 5x.$

5) $\sqrt{3} \sin 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = 1.$

6) $5 \cos 2x - 12 \sin 2x = 13.$

7) $3 \sin x - 2 \cos x = 2.$

8) $\cos x + 4 \sin x + 1 = 0.$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

1) $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3.$

2) $\sin 8x - \cos 6x = \sqrt{3}(\sin 6x + \cos 8x).$

3) $8 \cos x = \frac{\sqrt{3}}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}.$

4) $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right).$

5) (*) $\sin 5x + \cos 5x = \sqrt{2} \cos 13x.$

6) (*) $(3 \cos x - 4 \sin x - 6)^2 + 2 = -3(3 \cos x - 4 \sin x - 6).$

IV. PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP BẬC HAI

$$\text{DẠNG: } a \sin^2 x + b \sin x \cdot \cos x + c \cos^2 x = d \quad (1)$$

Cách 1:

- Kiểm tra $\cos x = 0$ có thoả mãn hay không?

$$\text{Lưu ý: } \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin x = \pm 1.$$

- Khi $\cos x \neq 0$, chia hai vế phương trình (1) cho $\cos^2 x \neq 0$ ta được:

$$a \cdot \tan^2 x + b \cdot \tan x + c = d(1 + \tan^2 x)$$

- Đặt: $t = \tan x$, đưa về phương trình bậc hai theo t :

$$(a-d)t^2 + b \cdot t + c - d = 0$$

Cách 2: Dùng công thức hạ bậc

$$(1) \Leftrightarrow a \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2} + b \cdot \frac{\sin 2x}{2} + c \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} = d$$

$$\Leftrightarrow b \cdot \sin 2x + (c-a) \cdot \cos 2x = 2d - a - c \quad (\text{đây là phương trình bậc nhất đối với } \sin 2x \text{ và } \cos 2x)$$

Bài 1. Giải các phương trình sau:

$$1) 2 \sin^2 x - 3 \cos^2 x + 5 \sin x \cos x - 2 = 0.$$

$$5) \sin 2x - 2 \sin^2 x = 2 \cos 2x.$$

$$2) 2 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0.$$

$$6) 5 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + 3 \cos^2 x = 2.$$

$$3) 4 \sin^2 x + 3\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x - 2 \cos^2 x = 4.$$

$$7) 3 \sin^2 x + 8 \sin x \cdot \cos x + 4 \cos^2 x = 0.$$

$$4) \sin^2 x + \sin 2x - 2 \cos^2 x = \frac{1}{2}.$$

Bài 2. (*) Giải các phương trình sau:.

$$1) \sin^3 x + 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x - 3 \cos^3 x = 0$$

$$2) \cos^3 x - 4 \sin^3 x - 3 \cos x \cdot \sin^2 x + \sin x = 0$$

V. PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG

Dạng 1: $a(\sin x \pm \cos x) + b.\sin x.\cos x + c = 0$

- Đặt: $t = \cos x \pm \sin x = \sqrt{2}.\cos\left(x \mp \frac{\pi}{4}\right); |t| \leq \sqrt{2}.$

$$\Rightarrow t^2 = 1 \pm 2 \sin x.\cos x \Rightarrow \sin x.\cos x = \pm \frac{1}{2}(t^2 - 1).$$

- Thay vào phương trình đã cho, ta được phương trình bậc hai theo t. Giải phương trình này tìm t thỏa $|t| \leq \sqrt{2}$. Suy ra x.

Lưu ý dấu:

- $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

- $\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

Giải các phương trình:

1) $2 \sin 2x - 3\sqrt{3}(\sin x + \cos x) + 8 = 0.$

2) $2(\sin x + \cos x) + 3 \sin 2x = 2.$

3) $3(\sin x + \cos x) + 2 \sin 2x = -3.$

4) $\cos x - \sin x + 6 \sin x.\cos x = 1.$

5) $\sin x + \cos x - 4 \sin x.\cos x - 1 = 0.$

6) $\sin 2x - 4(\cos x - \sin x) = 4.$

7) $5 \sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0.$

8) $\cos x - \sin x + 3 \sin 2x - 1 = 0.$

9) (*) $\sin 2x + \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1.$

10) (*) $(\sin x - \cos x)^2 - (\sqrt{2} + 1)(\sin x - \cos x) + \sqrt{2} = 0.$

VI. PHƯƠNG TRÌNH DẠNG KHÁC

Bài 1. Giải các phương trình sau:

1) $\sin^2 x = \sin^2 3x$.

2) $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = \frac{3}{2}$.

3) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$.

4) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = \frac{3}{2}$.

Bài 2. Giải các phương trình sau:

1) $\sin x + \sin 3x + \sin 5x = 0$.

2) $\cos 7x + \sin 8x = \cos 3x - \sin 2x$.

3) $\cos 2x - \cos 8x + \cos 6x = 1$.

4) $\sin 7x + \cos^2 2x = \sin^2 2x + \sin x$.

Bài 3. (*)Giải các phương trình sau:

1) $1 + 2\sin x \cdot \cos x = \sin x + 2\cos x$.

2) $\sin x(\sin x - \cos x) - 1 = 0$.

3) $\sin^3 x + \cos^3 x = \cos 2x$.

4) $\sin 2x = 1 + \sqrt{2} \cos x + \cos 2x$.

5) $\sin x(1 + \cos x) = 1 + \cos x + \cos^2 x$.

6) $(2\sin x - 1)(2\cos 2x + 2\sin x + 1) = 3 - 4\cos^2 x$.

7) $(\sin x - \sin 2x)(\sin x + \sin 2x) = \sin^2 3x$.

Bài 4. Giải các phương trình sau:

1) $2\cos x \cdot \cos 2x = 1 + \cos 2x + \cos 3x$.

2) $2\sin x \cdot \cos 2x + 1 + 2\cos 2x + \sin x = 0$.

3) $3\cos x + \cos 2x - \cos 3x + 1 = 2\sin x \cdot \sin 2x$.

4) $\cos 5x \cdot \cos x = \cos 4x \cdot \cos 2x + 3\cos^2 x + 1$.

Bài 5. (*)Giải các phương trình sau:

1) $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$.

2) $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$.

3) $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$.

4) $\sin x + \cos x + 1 + \sin 2x + \cos 2x = 0$.

5) $2\sin x(1 + \cos 2x) + \sin 2x = 1 + \cos x$.

PHẦN TRẮC NGHIỆM

CHƯƠNG I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = \cos x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$.
- B. Hàm số $y = \sin x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.
- C. Mọi hàm số lượng giác đều có tập giá trị là $\mathbb{R}$.
- D. Hàm số $y = \cot x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$

Câu 2. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{1}{\sin^2 x + 1}$. B. $y = \frac{\sin x + 1}{\cos^2 x - 1}$. C. $y = |\tan x|$. D. $y = \cot^2 x - 1$

Câu 3. Trên khoảng $(0; \pi)$ hàm số nào sau đây luôn nhận giá trị dương?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.

Câu 4. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng?

- A. $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$ B. $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$
- C. $(-\pi + k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$ D. $(-\pi + k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$

Câu 5. Nghiệm của phương trình $1 - \sin x = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 6. Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x + 1$ là tập nào sau đây?

- A. $[0; 2]$ B. $(0; 2)$ C. $(1; +\infty)$ D. $\mathbb{R}$

Câu 7. Trong các hàm số sau đây, hàm nào là hàm chẵn?

- a. $y = \cos x + \sin^2 x$ B. $y = \cos x - \sin x$ C. $y = -\sin x$ D. $y = \sin x \cdot \cos x$

Câu 8. Cho phương trình $\sin x = a$ với a là số cho trước. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực $|a| \leq 1$.
 B. Phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực $a \neq 0$.
 C. Phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực a .
 D. Phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực $|a| \geq 1$.

Câu 9. Giá trị m để phương trình $3 \sin x - 2m + 1 = 0$ có nghiệm là:

- A. $-1 \leq m \leq 2$ B. $m \geq 2$ C. $m \leq -1$ D. $-2 \leq m \leq 1$

Câu 10. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi / k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi / k \in \mathbb{Z}\}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 11. Tìm tập xác định của hàm số $y = \tan \left(2x + \frac{\pi}{3} \right)$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} / k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} / k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 12. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\cos x = 0$?

- A. $\cot x = 0$. B. $\cos x = 1$. C. $\tan x = 1$. D. $\cos x = -1$.

Câu 13. Điều kiện có nghiệm của phương trình $3 \sin 3x + 4 \sin 3x = C$ là

- A. $-5 \leq C \leq 5$. B. $-5 < C < 5$. C. $3 < C < 4$. D. $3 \leq C \leq 4$.

Câu 14. Phương trình $\sin x = \cos x$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \vee x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{8} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 15. Hàm số $y = 5 - 3 \sin x$ luôn nhận giá trị trong tập nào sau đây?

- A. $[2; 8]$ B. $[-3; 3]$ C. $[5; 8]$ D. $[-1; 1]$

Câu 16. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sqrt{\cos x} + 1$ bằng?

- A. $y_{\max} = 3$. B. $y_{\max} = 1$. C. $y_{\max} = 4$. D. $y_{\max} = -1$.

Câu 17. Số nghiệm của phương trình $\sin 2x + \cos x = 0$ trên $[-2\pi; 2\pi]$ là :

- A. 8. B. 2. C. 4. D. 0.

Câu 18. Trên khoảng $(0; \pi)$, phương trình $\tan x \cdot \tan 2x = 1$

- A. chỉ có các nghiệm là $\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$. B. chỉ có các nghiệm là $\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}$.

- C. chỉ có các nghiệm là $\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}$. D. chỉ có các nghiệm là $\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}$.

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x + \cos x = 2$ là

- A. $2k\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $k\pi (k \in \mathbb{Z})$. C. $\frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 20. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin 2x = \sin x$ là

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

CHƯƠNG II

TỔ HỢP – XÁC SUẤT

A. TỔ HỢP

I. Quy tắc đếm

1. Quy tắc cộng:

Một công việc nào đó có thể được thực hiện theo một trong hai phương án A hoặc B. Nếu phương án A có m cách thực hiện, phương án B có n cách thực hiện và không trùng với bất kì cách nào trong phương án A thì công việc đó có $m + n$ cách thực hiện.

2. Quy tắc nhân:

Một công việc nào đó có thể bao gồm hai công đoạn A và B. Nếu công đoạn A có m cách thực hiện và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện công đoạn B thì công việc đó có $m.n$ cách thực hiện.

Câu 1. Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố A đến thành phố C có 2 con đường, từ thành phố B đến thành phố D có 2 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 3 con đường. Không có con đường nào nối thành phố B với thành phố C. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường đi từ thành phố A đến thành phố D?

Câu 2. Từ các chữ số 1, 2, 3 có thể lập được bao nhiêu số khác nhau có những chữ số khác nhau?

Câu 3. Một đội văn nghệ chuẩn bị được 2 vở kịch, 3 điệu múa và 6 bài hát. Tại hội diễn, mỗi đội chỉ được trình diễn 1 vở kịch, 1 điệu múa và 1 bài hát. Hỏi đội văn nghệ trên có bao nhiêu cách chọn chương trình biểu diễn, biết rằng chất lượng các vở kịch, điệu múa, các bài hát là như nhau?

Câu 4. Một người có 7 cái áo trong đó có 3 áo trắng và 5 cái cà vạt trong đó có hai cà vạt màu vàng. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn áo – cà vạt nếu:

- Chọn áo nào cũng được và cà vạt nào cũng được?
- Đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt màu vàng?

Câu 5. Một trường phổ thông có 12 học sinh chuyên tin và 18 học sinh chuyên toán. Thành lập một đoàn gồm hai người sao cho có một học sinh chuyên toán và một học sinh chuyên tin. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đoàn như trên?

Câu 6. * Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 người đàn ông và 2 người đàn bà ngồi trên một chiếc ghế dài sao cho 2 người cùng phái phải ngồi gần nhau.

Câu 7. * Có bao nhiêu cách sắp xếp 8 viên bi đỏ và 8 viên bi đen xếp thành một dãy sao cho hai viên bi cùng màu không được ở gần nhau.

Câu 8. Với các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên thỏa:

- a) gồm 6 chữ số.
- b) gồm 6 chữ số khác nhau.
- c) gồm 6 chữ số khác nhau và chia hết cho 2.

Câu 9. a) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số?

- b) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số?
- c) Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều là số chẵn?
- d) Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, trong đó các chữ số cách đều chữ số đứng giữa thì giống nhau?
- e) Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số và chia hết cho 5?

Câu 10. Với 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số:

- a) Gồm 2 chữ số?
- b) Gồm 2 chữ số khác nhau?
- c) Số lẻ gồm 2 chữ số?
- d) Số chẵn gồm 2 chữ số khác nhau?
- e) Gồm 5 chữ số viết không lặp lại?
- f) Gồm 5 chữ số viết không lặp lại chia hết cho 5?

Câu 11. Từ 6 số: 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số:

- a) Khác nhau?
- b) Khác nhau, trong đó có bao nhiêu số lớn hơn 300?
- c) Khác nhau, trong đó có bao nhiêu số chia hết cho 5?
- d) Khác nhau, trong đó có bao nhiêu số chẵn?
- e) Khác nhau, trong đó có bao nhiêu số lẻ?

II. Hoán vị – Chỉnh hợp – Tổ hợp**1. Giai thừa:** (Cho n và p là các số tự nhiên)

$$n! = 1.2.3...n$$

$$\text{Qui ước: } 0! = 1$$

$$n! = (n-1)!n$$

$$\frac{n!}{p!} = (p+1).(p+2)...n \text{ (với } n > p)$$

$$\frac{n!}{(n-p)!} = (n-p+1).(n-p+2)...n \quad (\text{với } n > p)$$

2. Hoán vị:

Một tập hợp gồm n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi cách sắp xếp n phần tử này theo một thứ tự nào đó được gọi là một hoán vị của n phần tử. Số các hoán vị của n phần tử là: $P_n = n!$

3. Chỉnh hợp

• Cho tập hợp A gồm n phần tử. Mỗi cách sắp xếp k phần tử của A ($1 \leq k \leq n$) theo một thứ tự nào đó được gọi là một **chỉnh hợp chập k của n phần tử** của tập A .

$$\text{Số chỉnh hợp chập } k \text{ của } n \text{ phần tử: } A_n^k = n(n-1)(n-2)...(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

• Công thức trên cũng đúng cho trường hợp $k = 0$ hoặc $k = n$.

• Khi $k = n$ thì $A_n^n = P_n = n!$

4. Tổ hợp

Cho tập A gồm n phần tử, mỗi tập con gồm k ($1 \leq k \leq n$) phần tử của A được gọi là một **tổ hợp chập k của n phần tử**.

$$\text{Số các tổ hợp chập } k \text{ của } n \text{ phần tử: } C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

• Qui ước: $C_n^0 = 1$

$$\text{Tính chất: } C_n^0 = C_n^n = 1; \quad C_n^k = C_n^{n-k}; \quad C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$$

- Câu 1.** Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Hỏi trong các số đó có bao nhiêu số:
- a) Bắt đầu bằng chữ số 5?
 - b) Không bắt đầu bằng chữ số 1?
 - c) Bắt đầu bằng 23?
 - d) Không bắt đầu bằng 345?
- Câu 2.** Xét các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 3, 5, 7, 9. Hỏi trong các số đó có bao nhiêu số:
- a) Bắt đầu bởi chữ số 9?
 - b) Không bắt đầu bởi chữ số 1?
 - c) Bắt đầu bởi 19?
 - d) Không bắt đầu bởi 135?
- Câu 3.** Với mỗi hoán vị của các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ta được một số tự nhiên. Tìm tổng tất cả các số tự nhiên có được từ các hoán vị của 7 phần tử trên?
- Câu 4.** Tìm tổng S của tất cả các số tự nhiên, mỗi số được tạo thành bởi hoán vị của 6 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- Câu 5.** Trên một kệ sách có 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Lí, 3 quyển sách Văn. Các quyển sách đều khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các quyển sách trên:
- a) Một cách tùy ý?
 - b) Theo từng môn?
 - c) Theo từng môn và sách Toán nằm ở giữa?
- Câu 6.** Với các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số, trong đó chữ số 1 có mặt 3 lần, mỗi chữ số khác có mặt đúng một lần?
- Câu 7.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và khác 0 biết rằng tổng của 3 chữ số này bằng 9.
- Câu 8.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 thiết lập tất cả các số có 6 chữ số khác nhau. Hỏi trong các số đã thiết lập được, có bao nhiêu số mà hai chữ số 1 và 6 không đứng cạnh nhau?
- Câu 9.** Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn học sinh A, B, C, D, E ngồi vào một chiếc ghế dài sao cho:
- a) Bạn C ngồi chính giữa?
 - b) Hai bạn A và E ngồi ở hai đầu ghế?
- Câu 10.** Sắp xếp 10 người vào một dãy ghế. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi nếu:
- a) Có 5 người trong nhóm muốn ngồi kề nhau?
 - b) Có 2 người trong nhóm không muốn ngồi kề nhau?
- Câu 11.** Sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi nếu:
- a) Nam sinh ngồi kề nhau, nữ sinh ngồi kề nhau?
 - b) Chỉ có nữ ngồi kề nhau?

- Câu 12.** Có bao nhiêu cách sắp xếp 12 học sinh đứng thành 1 hàng để chụp ảnh lưu niệm, biết rằng trong đó phải có 5 em định trước đứng kề nhau?
- Câu 13.** (*) Có 2 đề kiểm tra toán để chọn đội học sinh giỏi được phát cho 10 học sinh khối 11 và 10 học sinh khối 12. Có bao nhiêu cách sắp xếp 20 học sinh trên vào 1 phòng thi có 5 dãy ghế sao cho hai em ngồi cạnh nhau có đề khác nhau, còn các em ngồi nối đuôi nhau có cùng một đề?
- Câu 14.** (*) Có 3 viên bi đen (khác nhau), 4 viên bi đỏ (khác nhau), 5 viên bi vàng (khác nhau), 6 viên bi xanh (khác nhau). Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các viên bi trên thành một dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?
- Câu 15.** (*) Trên giá sách có 30 tập sách. Có thể sắp xếp theo bao nhiêu cách khác nhau để có:
- Tập 1 và tập 2 đứng cạnh nhau?
 - Tập 5 và tập 6 không đứng cạnh nhau?
- Câu 16.** Một cuộc khiêu vũ có 10 nam và 6 nữ. Người ta chọn có thứ tự 3 nam và 3 nữ để ghép thành 3 cặp. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?
- Câu 17.** Trong không gian cho 4 điểm A, B, C, D. Từ các điểm trên ta lập các vector khác vector – không. Hỏi có thể có được bao nhiêu vector?
- Câu 18.** Một hộp đựng 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 viên bi sao cho tổng các số trên 4 bi là số lẻ?
- Câu 19.** Từ 20 học sinh cần chọn ra một ban đại diện lớp gồm 1 lớp trưởng, 1 lớp phó và 1 thư ký. Hỏi có mấy cách chọn?
- Câu 20.** Huấn luyện viên một đội bóng muốn chọn 5 cầu thủ để đá quả luân lưu 11 mét. Có bao nhiêu cách chọn nếu:
- Cả 11 cầu thủ có khả năng như nhau? (kể cả thủ môn).
 - Có 3 cầu thủ bị chấn thương và nhất thiết phải bố trí cầu thủ A đá quả số 1 và cầu thủ B đá quả số 4.
- Câu 21.** Một người muốn xếp đặt một số pho tượng vào một dãy 6 chỗ trống trên một kệ trang trí. Có bao nhiêu cách sắp xếp nếu:
- Người đó có 6 pho tượng khác nhau?
 - Người đó có 4 pho tượng khác nhau?
 - Người đó có 8 pho tượng khác nhau?
- Câu 22.** Từ các chữ số 0, 1, 2, ..., 9, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số:
- Các chữ số khác nhau?
 - Hai chữ số kề nhau phải khác nhau?

Câu 23. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu:

- a) Số gồm 5 chữ số khác nhau?
- b) Số chẵn gồm 5 chữ số khác nhau?
- c) (*) Số gồm 5 chữ số khác nhau và phải có mặt chữ số 5?

Câu 24. Từ các chữ số 0, 1, 2, ..., 9 có thể lập bao nhiêu biển số xe gồm 3 chữ số (trừ số 000)?

Câu 25. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số với:

- a) Chữ số đầu và chữ số cuối giống nhau?
- b) Chữ số đầu và cuối khác nhau?
- c) Hai chữ số đầu giống nhau và hai chữ số cuối giống nhau?

Câu 26. Có bao nhiêu số điện thoại có 6 chữ số? Trong đó có bao nhiêu số điện thoại có 6 chữ số khác nhau?

Câu 27. (*) Một biển số xe gồm 2 chữ cái đứng trước và 4 chữ số đứng sau. Các chữ cái được lấy từ 26 chữ cái A, B, C, ..., Z. Các chữ số được lấy từ 10 chữ số 0, 1, 2, ..., 9. Hỏi:

- a) Có bao nhiêu biển số xe trong đó có ít nhất một chữ cái khác chữ cái O và các chữ số đôi một khác nhau?
- b) Có bao nhiêu biển số xe có hai chữ cái khác nhau và có đúng 2 chữ số lẻ giống nhau?

Câu 28. (*) a) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau mà tổng các chữ số đó bằng 18?

- b) Hỏi có bao nhiêu số lẻ thoả mãn điều kiện đó?

Câu 29. Với 6 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau và thoả:

- a) Số chẵn.
- b) Bắt đầu bằng số 24.
- c) Bắt đầu bằng số 345.
- d) Bắt đầu bằng số 1? Từ đó suy ra các số không bắt đầu bằng số 1?

Câu 30. (*) Cho tập hợp $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Có thể lập được bao nhiêu số n gồm 5 chữ số khác nhau đôi một lấy từ X trong mỗi trường hợp sau:

- a) n là số chẵn?
- b) Một trong ba chữ số đầu tiên phải bằng 1?

- Câu 31. (*)** a) Từ 5 chữ số 0, 1, 3, 6, 9 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.
- b) Từ 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số khác nhau sao cho trong các chữ số đó có mặt số 0 và số 1.
- c) Từ 8 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 4.
- Câu 32.** Cho 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 bài tập. Người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong mỗi đề thi phải gồm 3 câu hỏi, trong đó nhất thiết phải có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 bài tập. Hỏi có thể tạo ra bao nhiêu đề thi?
- Câu 33.** Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn một ban cán sự lớp gồm 4 em. Hỏi có bao nhiêu cách chọn, nếu:
- a) Gồm 4 học sinh tùy ý. b) Có 1 nam và 3 nữ. c) Có 2 nam và 2 nữ.
- d) Có ít nhất 1 nam. e) Có ít nhất 1 nam và 1 nữ.
- Câu 34.** Cho 5 điểm trong mặt phẳng và không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu vectơ tạo thành từ 5 điểm ấy? Có bao nhiêu đoạn thẳng tạo thành từ 5 điểm ấy?
- Câu 35.** Có 5 tem thư khác nhau và 6 bì thư cũng khác nhau. Người ta muốn chọn từ đó ra 3 tem thư, 3 bì thư và dán 3 tem thư ấy lên 3 bì thư đã chọn. Một bì thư chỉ dán 1 tem thư. Hỏi có bao nhiêu cách làm như vậy?
- Câu 36.** Một túi chứa 6 viên bi trắng và 5 viên bi xanh. Lấy ra 4 viên bi từ túi đó, có bao nhiêu cách lấy được:
- a) 4 viên bi cùng màu? b) 2 viên bi trắng, 2 viên bi xanh?
- Câu 37.** Từ 20 người, chọn ra một đoàn đại biểu gồm 1 trưởng đoàn, 1 phó đoàn, 1 thư ký và 3 ủy viên. Hỏi có mấy cách chọn?
- Câu 38.** Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ (các bông hoa xem như đôi một khác nhau), người ta muốn chọn ra một bó hoa gồm 7 bông, hỏi có bao nhiêu cách chọn bó hoa trong đó:
- a) Có đúng 1 bông hồng đỏ?
- b) Có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ?
- Câu 39. (*)** Từ 8 số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số gồm 10 chữ số được chọn từ 8 chữ số trên, trong đó chữ số 6 có mặt đúng 3 lần, chữ số khác có mặt đúng 1 lần.
- Câu 40. (*)** Từ tập $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ có thể lập được bao nhiêu số:
- a) Chẵn gồm 5 chữ số khác nhau từng đôi một và chữ số đứng đầu là chữ số 2?
- b) Gồm 5 chữ số khác nhau từng đôi một sao cho 5 chữ số đó có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ?

- Câu 41.** (*) a) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau (chữ số đầu tiên phải khác 0), trong đó có mặt chữ số 0 nhưng không có chữ số 1).
- b) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số, biết rằng chữ số 2 có mặt đúng 2 lần, chữ số 3 có mặt đúng 3 lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần.
- Câu 42.** (*) Người ta viết các số có 6 chữ số bằng các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 như sau: Trong mỗi số được viết có một chữ số xuất hiện hai lần còn các chữ số còn lại xuất hiện một lần. Hỏi có bao nhiêu số như vậy?
- Câu 43.** (*) Từ một tập thể 14 người gồm 6 nam và 8 nữ trong đó có An và Bình, người ta muốn chọn một tổ công tác gồm có 6 người. Tìm số cách chọn trong mỗi trường hợp sau:
- a) Trong tổ phải có cả nam lẫn nữ?
- b) Trong tổ có 1 tổ trưởng, 5 tổ viên hơn nữa An và Bình không đồng thời có mặt trong tổ?
- Câu 44.** (*) Một đoàn tàu có 3 toa chở khách. Toa I, II, III. Trên sân ga có 4 khách chuẩn bị đi tàu. Biết mỗi toa có ít nhất 4 chỗ trống. Hỏi:
- a) Có bao nhiêu cách sắp xếp cho 4 vị khách lên 3 toa.
- b) Có bao nhiêu cách sắp xếp cho 4 vị khách lên tàu có 1 toa có 3 trong 4 vị khách nói trên.
- Câu 45.** (*) Trong số 16 học sinh có 3 học sinh giỏi, 5 khá, 8 trung bình. Có bao nhiêu cách chia số học sinh đó thành hai tổ, mỗi tổ 8 học sinh sao cho mỗi tổ đều có học sinh giỏi và mỗi tổ có ít nhất hai học sinh khá.
- Câu 46.** Cho 10 điểm trong không gian, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng.
- a) Có bao nhiêu đường thẳng đi qua từng cặp điểm?
- b) Có bao nhiêu vector nối từng cặp điểm?
- c) Có bao nhiêu tam giác có đỉnh là 3 trong 10 điểm trên?
- d) Nếu trong 10 điểm trên không có 4 điểm nào đồng phẳng, thì có bao nhiêu tứ diện được tạo thành?
- Câu 47.** Cho đa giác lồi có n cạnh ($n \geq 4$), tìm n để đa giác có số đường chéo bằng số cạnh?
- Câu 48.** Cho một đa giác lồi có n -cạnh ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$). Có bao nhiêu tam giác có đỉnh trùng với đỉnh của đa giác?
- Câu 49.** Tìm số giao điểm tối đa của:
- a) 10 đường thẳng phân biệt? b) 10 đường tròn phân biệt?
- c) 10 đường thẳng và 10 đường tròn trên?
- Câu 50.** (*) Cho hai đường thẳng song song $(d_1), (d_2)$. Trên (d_1) lấy 17 điểm phân biệt, trên (d_2) lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong số 37 điểm đã chọn trên (d_1) và (d_2) .

Câu 51. (*) Cho mặt phẳng cho đa giác đều H có 20 cạnh. Xét các tam giác có ba đỉnh được lấy từ các đỉnh của H .

- a) Có tất cả bao nhiêu tam giác như vậy? Có bao nhiêu tam giác có đúng hai cạnh là cạnh của H ?
- b) Có bao nhiêu tam giác có đúng một cạnh là cạnh của H ? Có bao nhiêu tam giác không có cạnh nào là cạnh của H ?

Câu 52. Giải các phương trình sau

$$1) \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{(n-1)!} = 3.$$

$$2) n^3 + \frac{n!}{(n-2)!} = 10.$$

$$3) P_2 \cdot x^2 - P_3 \cdot x = 8.$$

$$4) A_n^3 = 20n.$$

$$5) A_n^6 + A_n^5 = A_n^4.$$

$$6) A_n^3 + 5A_n^2 = 2(n+15).$$

$$7) A_{x-2}^2 + C_x^{x-2} = 101.$$

$$8) C_x^1 + C_x^2 + C_x^3 = \frac{7}{2}x.$$

$$9) 3A_n^2 - A_{2n}^2 + 42 = 0.$$

$$10) C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x.$$

Nhị thức Newton

1. Công thức khai triển nhị thức Newton: Với mọi $n \in \mathbb{N}$ và với mọi cặp số a, b ta có:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n$$

2. Tính chất:

1) Số lượng các số hạng của khai triển là: $n+1$

2) Tổng các số mũ của a và b trong mỗi số hạng bằng n

3) Số hạng tổng quát (thứ $k+1$) có dạng: $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$ ($k=0, 1, 2, \dots, n$)

4) Các hệ số của các cặp số hạng cách đều số hạng đầu và cuối thì bằng nhau: $C_n^k = C_n^{n-k}$

* Nhận xét: Nếu trong khai triển nhị thức Newton, ta gán cho a và b những giá trị đặc biệt thì ta sẽ thu được những công thức đặc biệt. Chẳng hạn:

$$(x+1)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + \dots + C_n^n \quad ; \text{ đặc biệt khi } x=1 \text{ thì: } C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$$

$$(x-1)^n = C_n^0 x^n - C_n^1 x^{n-1} + \dots + (-1)^n C_n^n \quad \text{đặc biệt khi } x=1 \text{ thì: } C_n^0 - C_n^1 + \dots + (-1)^n C_n^n = 0$$

Câu 1. Tìm hệ số của số hạng chứa M trong khai triển của nhị thức, với:

1) $(x-3)^9; M = x^4$

2) $(2x-1)^{12}; M = x^5$

3) $(2-5x)^{13}; M = x^7$

4) $(3x-x^2)^{12}; M = x^{15}$

5) $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{10}; M = x^{11}$

6) $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^{12}; M = x^3$

7) $(2x-3y)^{17}; M = x^8 y^9$

8) $(x^3 + xy)^{15}; M = x^{25} y^{10}$

9) $(2x+3y)^{25}; M = x^{12} y^{13}$

Câu 2. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức:

a) $\left(x + \frac{1}{x^4}\right)^{10}$

c) $\left(x^3 - \frac{1}{2x^2}\right)^5$

d) $\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^6$

e) $\left(2x - \frac{1}{3x}\right)^{10}$

f) $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10}$

g) $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{15}$

Câu 3. (*) Khai triển đa thức $P(x)$ dưới dạng: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Xác định hệ số a_k :

1) $P(x) = (x-2)^{80} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{80}x^{80}$; a_{78} ?

2) $P(x) = (3+x)^{50} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{50}x^{50}$; a_{46} ?

3) $P(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + \dots + (1+x)^{14}$; a_9 ?

4) $P(x) = (1+x) + 2(1+x)^2 + 3(1+x)^3 + \dots + 20(1+x)^{20}$; a_{15} ?

Câu 4. (*) Tìm hệ số của số hạng chứa M trong khai triển của nhị thức, với:

a) $(1-x+x^2)^{10}$; $M = x^6$

b) $(1+x+2x^2)^{10}$; $M = x^{17}$

Câu 5.

a) Cho biết trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^n$ tổng các hệ số của các hạng tử thứ nhất, thứ hai, thứ ba bằng 11. Tìm hệ số của x^2 .

b) Cho biết trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$, tổng các hệ số của các hạng tử thứ nhất, thứ hai, thứ ba là 46. Tìm hạng tử không chứa x .

c) Cho biết tổng của 3 hệ số của 3 số hạng đầu tiên trong khai triển $\left(x^2 - \frac{2}{3}\right)^n$ là 97. Tìm hạng tử của khai triển chứa x^4 .

d) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{26} trong khai triển $\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^n$, biết rằng:

$$C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1.$$

e) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $(2+x)^n$, biết rằng:

$$3^0 C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$$

Câu 7. Biết tổng tất cả các hệ số của khai triển nhị thức $(x^2 + 1)^n$ bằng 1024, hãy tìm hệ số a (a là số tự nhiên) của số hạng ax^{12} trong khai triển đó.

B. XÁC SUẤT

I. Biến cố và xác suất

1. Biến cố

- *Phép thử ngẫu nhiên là 1 phép thử (1 hành động) mà ta không đoán trước được kết quả, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra.*
- *Không gian mẫu Ω : là tập các kết quả có thể xảy ra của một phép thử.*
- *Biến cố A : là tập các kết quả của phép thử làm xảy ra A . $A \subset \Omega$.*
- *Biến cố không: $\emptyset$* • *Biến cố chắc chắn: Ω*
- *Biến cố đối của A : $\bar{A} = \Omega \setminus A$*
- *Hợp hai biến cố: $A \cup B$* • *Giao hai biến cố: $A \cap B$ (hoặc $A.B$)*
- *Hai biến cố xung khắc: $A \cap B = \emptyset$*
- *Hai biến cố độc lập: nếu việc xảy ra biến cố này không ảnh hưởng đến việc xảy ra biến cố kia.*

2. Xác suất

- *Xác suất của biến cố: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$*
- $0 \leq P(A) \leq 1$; $P(\Omega) = 1$; $P(\emptyset) = 0$
- *Qui tắc cộng: Nếu $A \cap B = \emptyset$ thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$*
- Mở rộng: A, B bất kì: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A.B)$*
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- *Qui tắc nhân: Nếu A, B độc lập thì $P(A.B) = P(A).P(B)$*

Câu 1. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Tính xác suất của biến cố:

- a) Tổng hai mặt xuất hiện bằng 8.
- b) Tích hai mặt xuất hiện là số lẻ.
- c) Tích hai mặt xuất hiện là số chẵn.

Câu 2. Một lớp học có 25 học sinh, trong đó gồm có 15 em học khá môn Toán, 17 em học khá môn Văn.

- a) Tính xác suất để chọn được 2 em học khá cả 2 môn.
- b) (*) Tính xác suất để chọn được 3 em học khá môn Toán nhưng không khá môn Văn.

Câu 3. Gieo hai con súc sắc cân đối đồng chất. Tính xác suất của biến cố:

- a) Tổng hai mặt xuất hiện bằng 7.
- b) Các mặt xuất hiện có số chấm bằng nhau.

Câu 4. Một bình đựng 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ chỉ khác nhau về màu. Lấy ngẫu nhiên một viên bi, rồi lấy tiếp một viên nữa. Tính xác suất của biến cố lần thứ hai được một viên bi xanh.

Câu 5. Một bình đựng 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ chỉ khác nhau về màu. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính xác suất để được ít nhất 3 viên bi xanh.

Câu 6. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) Lần thứ nhất xuất hiện mặt 6 chấm.
- b) Lần thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm.
- c) Ít nhất một lần xuất hiện mặt 6 chấm.
- d) Không lần nào xuất hiện mặt 6 chấm.

Câu 7. Gieo đồng thời bốn đồng xu cân đối đồng chất. Tính xác suất của biến cố:

- a) Cả 4 đồng xu đều ngửa.
- b) Có đúng 3 đồng xu lật ngửa.
- c) Có ít nhất hai đồng xu lật ngửa.

Câu 8. Một hộp bóng đèn có 12 bóng, trong đó có 7 bóng tốt, lấy ngẫu nhiên 3 bóng, tính xác suất để lấy được ít nhất 1 bóng tốt.

Câu 9. Một hộp có 20 quả cầu giống nhau, trong đó có 12 quả cầu trắng và 8 quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên 3 quả. Tính xác suất để trong 3 quả chọn ra có ít nhất một quả màu đen.

Câu 10. Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. GVCN chọn ra 2 em đi thi văn nghệ. Tính xác suất để 2 em đó khác phái.

Câu 11. Một lớp có 30 học sinh, trong đó có 8 em giỏi, 15 em khá và 7 em trung bình. Chọn ngẫu nhiên 3 em đi dự đại hội. Tính xác suất để :

- a) Cả 3 em đều là học sinh giỏi b) Có ít nhất 1 học sinh giỏi c) Không có học sinh trung bình.

Câu 12. Cho 7 số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Gọi X là tập hợp các số gồm hai chữ số khác nhau lấy từ 7 số trên. Lấy ngẫu nhiên 1 số thuộc X. Tính xác suất để:

- a) Số đó là số lẻ.
b) Số đó chia hết cho 5
c) Số đó chia hết cho 9.

Câu 13. Chọn ngẫu nhiên 5 người trong một danh sách 20 người được đánh số thứ tự từ 1 đến 20. Tính xác suất để 5 người được chọn có số thứ tự không lớn hơn 10.

Câu 14. Trong một lớp có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ . Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập . Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

Câu 15. Hai người đi săn độc lập với nhau và cùng bắn một con thú. Xác suất bắn trúng của người thứ nhất là $\frac{3}{5}$, xác suất bắn trúng của người thứ hai là $\frac{1}{2}$. Tính xác suất để con thú bị bắn trúng.

Câu 16. Xác suất bắn trúng trọng tâm của một người bắn cung là 0,2. Tính xác suất để trong 3 lần bắn độc lập:

- a) Người đó bắn trúng đúng 1 lần.
b) Người đó bắn trúng ít nhất 1 lần.

Câu 17. Có ba người bắn vào một bia ngắm, xác suất để người thứ nhất, người thứ hai, người thứ ba bắn trúng bia ngắm là 0,8; 0,6; 0,5 . Tính xác suất để:

- a) Ba người cùng bắn trúng bia ngắm.
b) Có đúng 2 người bắn trúng bia ngắm.

PHẦN TRẮC NGHIỆM

CHƯƠNG II. TỔ HỢP – XÁC SUẤT

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số 1,2,3,4,5,6,7 ?

- A. 2520 B. 2025 C. 3125 D. 21

Câu 2. Có bao nhiêu cách bầu một ban chấp hành chi đoàn gồm 3 người, trong đó có một bí thư, một phó bí thư, một ủy viên, biết rằng trong chi đoàn có 20 đoàn viên?

- A. 1140 B. 3 C. 20 D. 6840

Câu 3. Có 3 con đường từ A đến N và 3 con đường từ N đến C. Một người ở A có mấy cách chọn đường để đến C, bắt buộc đi qua N?

- A. 9 B. 6 C. 12 D. 3

Câu 4. Bạn An có 3 quần khác nhau và 4 áo khác nhau. Vậy số cách mà bạn An chọn ra một bộ quần áo là:

- A. 7 B. 12 C. 21 D. 42

Câu 5. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số đã cho?

- A. 35 B. 840 C. 420 D. 480

Câu 6. Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số khác nhau

- A. 2240 B. 3280 C. 2650 D. Một kết quả khác

Câu 7. Có bao nhiêu cách xếp 4 quyển sách Toán, Lý, Hóa, Văn vào 7 hộp khác nhau sao cho mỗi hộp không quá 1 quyển?

- A. 35 B. 840 C. 24 D. 28

Câu 8. Một hộp có 4 viên phấn xanh, 5 viên phấn đỏ, 6 viên phấn vàng, Chọn ngẫu nhiên 4 viên phấn sao cho có đủ ba màu. Số cách chọn là:

- A. 1365 B. 540 C. 480 D. 720

Câu 9. Có bao nhiêu cách lấy cùng lúc 3 bi từ 1 hộp có 6 bi xanh, 5 bi vàng sao cho có đúng 1 bi xanh ?

- A. 30 B. 60 C. 165 D. 990

Câu 10. Có bao nhiêu cách sắp xếp 2 nam, 2 nữ vào bàn có 4 chỗ ngồi sao cho nam nữ ngồi xen kẽ ?

- A. 3 B. 6 C. 8 D. 12

Câu 11. Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là:

- A. 35 B. 120 C. 240 D. 720

Câu 12. Số cách chia 10 học sinh thành 3 nhóm lần lượt gồm 2, 3, 5 học sinh là:

- A. $C_{10}^2 + C_{10}^3 + C_{10}^5$ B. $C_{10}^2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^5$ C. $C_{10}^2 + C_8^3 + C_5^5$ D. $C_{10}^5 + C_5^3 + C_2^2$

Câu 13. Cho $A_n^3 = 42n$. Vậy giá trị C_n^3 bằng:

- A. 47 B. 28 C. 56 D. 72

Câu 14. Biết $C_n^{n-2} = 10$ thì giá trị của A_n^2 là :

- A. 10 B. 20 C. 30 D. 40

Câu 15. Tổng $A = C_n^0 + 5C_n^1 + \dots + 5^n C_n^n$ là :

- A. 7^n B. 6^n C. 5^n D. 4^n

Câu 16. Rút gọn : $\frac{7!4!}{10!} \left(\frac{8!}{3!5!} - \frac{9!}{2!7!} \right)$

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{8}{15}$

Câu 17. Hệ số của x^8 trong khai triển $(x^2 + 2)^{10}$ là :

- A. $C_{10}^6 2^4$ B. $C_{10}^6 2^6$ C. C_{10}^6 D. C_{10}^4

Câu 18. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$ là:

- A. $2^4 C_6^2$ B. $2^2 C_6^2$ C. $2^4 C_6^4$ D. $2^2 C_6^4$

Câu 19. Số hạng tổng quát trong khai triển nhị thức Niuton $(2 - 3x)^{100}$ với số mũ của x giảm dần là:

- A. $C_{100}^k 2^{100-k} (-3)^k x^k$ B. $C_{100}^k 2^k (-3)^{100-k} x^{100-k}$
C. $C_{100}^k 2^{100-k} (3)^k x^k$ D. $-C_{100}^k 2^k (3)^{100-k} x^{100-k}$

Câu 20. Gieo ngẫu nhiên 2 con súc sắc. Gọi A là biến cố: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc bằng 7”. Khi đó xác suất của biến cố A là:

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{36}$ C. $\frac{1}{24}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 21. Một hộp có 20 bi được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 1 bi. Xác suất để bi được chọn mang số chia hết cho 3 là :

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{3}{10}$

D. $\frac{1}{10}$

Câu 22. Gọi X là tập các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các chữ số 0,1,2, 3,5,6. Lấy ngẫu nhiên một số trong X. Xác suất để số được chọn chia hết cho 5 là:

A. $\frac{9}{25}$

B. $\frac{8}{25}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{2}{5}$

Câu 23. Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có 2 học sinh nữ và 2 học sinh nam là :

A. $\frac{13}{14}$

B. $\frac{3}{7}$

C. $\frac{4}{7}$

D. $\frac{1}{14}$

Câu 24. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1 ; 2 ; ... ; 9 . Rút ngẫu nhiên 2 thẻ rồi nhân hai số ghi trên thẻ với nhau . Tính xác suất để tích nhận được là số lẻ ?

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{2}{9}$

D. $\frac{5}{6}$

Câu 25. Gieo 3 đồng xu có hai mặt S ,N một cách tùy ý . Xác suất để có 3 mặt đều N là :

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{6}$

Câu 26. Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi ở hai đầu ghế?

A. 6

B. 16

C. 12

D. 24

Câu 27. Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau, là số lẻ và chia hết cho 5.

A. 3150

B. 1680

C. 1470

D. 24

Câu 28. Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn học sinh sao cho có đúng 3 học sinh nữ.

A. 110790

B. 119700

C. 117900

D. 110970

Câu 29. Lấy hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con. Số cách lấy là:

A. 104

B. 450

C. 1326

D. 2652

Câu 30. Giá trị của $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn đẳng thức $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8$ là:

A. $n = 18$ B. $n = 16$ C. $n = 15$ D. $n = 14$.**ĐÁP ÁN**

1A	2D	3A	4B	5C	6A	7B	8D	9C	10C
11B	12B	13C	14B	15B	16C	17B	18C	19B	20A
21C	22A	23B	24D	25B	26C	27C	28B	29C	30D

CHƯƠNG III**DÃY SỐ - CẤP SỐ****I. Phương pháp qui nạp toán học**

Để chứng minh mệnh đề chứa biến $A(n)$ là một mệnh đề đúng với mọi giá trị nguyên

dương n , ta thực hiện như sau:

- Bước 1: Kiểm tra mệnh đề đúng với $n = 1$.
- Bước 2: Giả thiết mệnh đề đúng với số nguyên dương $n = k$ tùy ý ($k \geq 1$), chứng minh rằng mệnh đề đúng với $n = k + 1$.

Chú ý: Nếu phải chứng minh mệnh đề $A(n)$ là đúng với mọi số nguyên dương $n \geq p$ thì:

+ Ở bước 1, ta phải kiểm tra mệnh đề đúng với $n = p$;

+ Ở bước 2, ta giả thiết mệnh đề đúng với số nguyên dương bất kì $n = k \geq p$ và phải chứng minh mệnh đề đúng với $n = k + 1$.

Bài 1. Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, ta có:

$$1) 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

$$2) 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

$$3) 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2.$$

$$4) 1.4 + 2.7 + \dots + n(3n+1) = n(n+1)^2.$$

$$5) 1.2 + 2.3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

$$6) \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

Bài 2. * Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, ta có:

$$1) 2^n > 2n + 1 \quad (n \geq 3)..$$

$$2) 2^{n+2} > 2n + 5.$$

$$3) 1 + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 2 - \frac{1}{n} \quad (n \geq 2).$$

$$4) \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{2n+1}}.$$

II. Dãy số

1. Dãy số

$$\begin{aligned} u: \mathbb{N}^* &\rightarrow \mathbb{R} \\ n &\mapsto u(n) \end{aligned}$$

Dạng khai triển: $(u_n): u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$

Cách cho 1 dãy số:

- Cho dãy số bằng cách liệt kê các phân tử.
- Cho dãy số bằng cách cho số hạng tổng quát.
- Cho dãy số bằng cách cho công thức truy hồi.

2. Dãy số tăng, dãy số giảm

- (u_n) là dãy số tăng $\Leftrightarrow u_{n+1} > u_n$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0 \text{ với } \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1 \text{ với } \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (u_n > 0).$$

- (u_n) là dãy số giảm $\Leftrightarrow u_{n+1} < u_n$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0 \text{ với } \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1 \text{ với } \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (u_n > 0).$$

3. Dãy số bị chặn

- (u_n) là dãy số bị chặn trên $\Leftrightarrow \exists M \in \mathbb{R}: u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (u_n) là dãy số bị chặn dưới $\Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{R}: u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (u_n) là dãy số bị chặn $\Leftrightarrow \exists m, M \in \mathbb{R}: m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Bài 1. Hãy viết 5 số hạng đầu của dãy số (u_n) cho bởi:

$$\begin{array}{lll} 1) u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 1} & 2) u_n = \frac{n + (-1)^n}{2n + 1} & 3) u_n = \frac{n - 1}{\sqrt{n^2 + 1}} \\ 4) u_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n & 5) u_n = n + \cos^2 n & 6) u_n = \frac{(n+1)!}{2^n} \end{array}$$

Bài 2. Hãy viết 5 số hạng đầu của dãy số (u_n) cho bởi:

$$\begin{array}{ll} 1) u_1 = 2, u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) & 2) u_1 = 15, u_2 = 9, u_{n+2} = u_n - u_{n+1} \\ 3) u_1 = 0, u_{n+1} = \frac{2}{u_n^2 + 1} & 4) u_1 = 1, u_2 = -2, u_{n+2} = u_{n+1} - 2u_n \end{array}$$

Bài 3. Hãy viết 5 số hạng đầu của dãy số (u_n) , dự đoán công thức số hạng tổng quát u_n và chứng minh công thức đó bằng qui nạp:

$$\begin{array}{lll} 1) u_1 = 1, u_{n+1} = 2u_n + 3 & 2) u_1 = 3, u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2} & 3) u_1 = 3, u_{n+1} = 2u_n \\ 4) u_1 = -1, u_{n+1} = 2u_n + 1 & 5) u_1 = 1, u_{n+1} = u_n + 7 & 6) u_1 = \frac{5}{4}, u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2} \end{array}$$

Bài 4. Xét tính tăng, giảm của các dãy số (u_n) cho bởi:

$$\begin{array}{lll} 1) u_n = \frac{2n+1}{3n-2} & 2) u_n = \frac{4^n - 1}{4^n + 5} & 3) u_n = \frac{(-1)^n}{n+2} \\ 4) u_n = \frac{n^2 + n + 1}{n^2 + 1} & 5) u_n = n + \cos^2 n & 6) u_n = \frac{2-n}{\sqrt{n}} \end{array}$$

Bài 5. Xét tính bị chặn trên, bị chặn dưới, bị chặn của các dãy số (u_n) cho bởi:

$$\begin{array}{lll} 1) u_n = \frac{2n+3}{n+2} & 2) u_n = \frac{1}{n(n+1)} & 3) u_n = n^2 + 4 \\ 4) u_n = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + n + 1} & 5) u_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 2n + n}} & 6) u_n = (-1)^n \cos 2n \end{array}$$

III. Cấp số cộng

1. Định nghĩa: (u_n) là cấp số cộng $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + d, \forall n \in \mathbb{N}^*$ (d : công sai)

2. Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d$ với $n \geq 2$

3. Tính chất 3 số hạng liên tiếp: $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ với $k \geq 2$

4. Tổng n số hạng đầu tiên: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$

Bài 1. Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng, khi đó cho biết số hạng đầu và công sai của nó:

1) $u_n = 3n - 7$ 2) $u_n = \frac{3n+2}{5}$ 3) $u_n = n^2$

4) $u_n = 3^n$ 5) $u_n = \frac{7-3n}{2}$ 6) $u_n = \frac{n}{2} - 1$

Bài 2. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết:

1) $\begin{cases} u_3 = -15 \\ u_{14} = 18 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$

4) $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} u_1 + u_3 + u_5 = -12 \\ u_1 u_2 u_3 = 8 \end{cases}$

Bài 3. 1) Giữa các số 7 và 35 hãy đặt thêm 6 số nữa để được một cấp số cộng.

2) Giữa các số 4 và 67 hãy đặt thêm 20 số nữa để được một cấp số cộng.

Bài 4. 1) Tìm 3 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết tổng của chúng là 27 và tổng các bình phương của chúng là 293.

2) Tìm 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết tổng của chúng bằng 22 và tổng các bình phương của chúng bằng 66.

Bài 5. 1) Ba góc của một tam giác vuông lập thành một cấp số cộng. Tìm số đo các góc đó.

2) Số đo các góc của một đa giác lồi có 9 cạnh lập thành một cấp số cộng có công sai $d = 3^\circ$. Tìm số đo của các góc đó.

3) Số đo các góc của một tứ giác lồi lập thành một cấp số cộng và góc lớn nhất gấp 5 lần góc nhỏ nhất. Tìm số đo các góc đó.

Bài 6. Tìm x để 3 số a, b, c lập thành một cấp số cộng, với:

1) $a = 10 - 3x; b = 2x^2 + 3; c = 7 - 4x$

2) $a = x + 1; b = 3x - 2; c = x^2 - 1$

Bài 7. Chứng minh rằng nếu 3 số a, b, c lập thành một cấp số cộng thì các số x, y, z cũng lập thành một cấp số cộng, với:

1) $x = b^2 + bc + c^2; y = c^2 + ca + a^2; z = a^2 + ab + b^2$

2) $x = a^2 - bc; y = b^2 - ca; z = c^2 - ab$

Bài 8. (*) Tìm các nghiệm số của phương trình: $x^3 - 15x^2 + 71x - 105 = 0$, biết rằng các nghiệm số phân biệt và tạo thành một cấp số cộng.

Bài 9. (*) Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây, Hỏi có bao nhiêu hàng?

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = -2n$.

B. $u_n = (-2) + n$.

C. $u_n = (-2)(n+1)$.

D. $u_n = (-2) + 2(n-1)$.

Câu 2. Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là?

A. $u_n = \frac{1}{3} \frac{1}{3^{n+1}}$.

B. $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$.

C. $u_n = \frac{1}{3^n}$.

D. $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$.

B. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$.

D. $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Câu 4. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + n$.

B. $u_n = 1 - n$.

C. $u_n = 1 + (-1)^{2n}$.

D. $u_n = n$.

Câu 5. Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = \frac{3n^2 - 2n + 1}{n + 1}$

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng không giảm

D. Cả A, B, C đều sai

Câu 6. Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng không giảm

D. Cả A, B, C đều sai

Câu 7. Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = \frac{3^n - 1}{2^n}$

- A. Dãy số tăng
B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm
D. Cả A, B, C đều sai

Câu 8. Xét tính tăng giảm của các dãy số sau: $u_n = \frac{n + (-1)^n}{n^2}$

- A. Dãy số tăng
B. Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng không giảm
D. Cả A, B, C đều sai

Câu 9. Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{2n - 13}{3n - 2}$

- A. Dãy số tăng, bị chặn
B. Dãy số giảm, bị chặn
C. Dãy số không tăng không giảm, không bị chặn
D. Cả A, B, C đều sai

Câu 10. Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. Dãy số $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \dots$ là một cấp số cộng: $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases}$.

B. Dãy số $\frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \dots$ là một cấp số cộng: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ d = \frac{1}{2}; n = 3 \end{cases}$.

C. Dãy số: $-2; -2; -2; -2; \dots$ là cấp số cộng $\begin{cases} u_1 = -2 \\ d = 0 \end{cases}$.

D. Dãy số: $0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; \dots$ không phải là một cấp số cộng.

Câu 11. Cho một cấp số cộng có $u_1 = -\frac{1}{2}; d = \frac{1}{2}$. Hãy chọn kết quả **đúng**

- A. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1, \dots$
B. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; \dots$
C. Dạng khai triển: $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; \dots$
D. Dạng khai triển: $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \dots$

Câu 12. Cho một cấp số cộng có $u_1 = -3; u_6 = 27$. Tìm d ?

- A. $d = 5$.
B. $d = 7$.
C. $d = 6$.
D. $d = 8$.

Câu 13. Cho một cấp số cộng có $u_1 = \frac{1}{3}; u_8 = 26$ Tìm d ?

- A. $d = \frac{11}{3}$.
B. $d = \frac{3}{11}$.
C. $d = \frac{10}{3}$.
D. $d = \frac{3}{10}$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,1; d = 0,1$. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là:

- A. 1,6.
B. 6.
C. 0,5.
D. 0,6.

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -0,1; d = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Số hạng thứ 7 của cấp số cộng này là: 0,6.
B. Cấp số cộng này không có hai số 0,5 và 0,6.
C. Số hạng thứ 6 của cấp số cộng này là: 0,5
D. Số hạng thứ 4 của cấp số cộng này là: 3,9.

Câu 16. Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 20 và tổng các bình phương của chúng bằng 120.

- A. 1, 5, 6, 8 B. 2, 4, 6, 8 C. 1, 4, 6, 9 D. 1, 4, 7, 8

Câu 17. Cho CSC (u_n) thỏa :
$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$$

1. Xác định công sai

- A. $d = 2$ B. $d = 4$ C. $d = 3$ D. $d = 5$

2. công thức tổng quát của cấp số

- A. $u_n = 3n - 2$ B. $u_n = 3n - 4$ C. $u_n = 3n - 3$ D. $u_n = 3n - 1$

3. Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$.

- A. $S = 673015$ B. $S = 6734134$ C. $S = 673044$ D. $S = 141$

Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$$

1. Tính số hạng thứ 100 của cấp số ;

- A. $u_{100} = -243$ B. $u_{100} = -295$ C. $u_{100} = -231$ D. $u_{100} = -294$

2. Tính tổng 15 số hạng đầu của cấp số ;

- A. $S_{15} = -244$ B. $S_{15} = -274$ C. $S_{15} = -253$ D. $S_{15} = -285$

3. Tính $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$.

- A. $S = -1286$ B. $S = -1276$ C. $S = -1242$ D. $S = -1222$

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn
$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$$

1. Xác định công sai?

- A. $d=3$ B. $d=5$ C. $d=6$ D. $d=4$

2. Tính tổng $S = u_5 + u_7 + \dots + u_{2011}$

- A. $S = 3028123$ B. $S = 3021233$ C. $S = 3028057$ D. $S = 3028332$

Câu 20. Cho dãy số (u_n) với : $u_n = \frac{1}{2}n + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Dãy số này không phải là cấp số cộng. B. Số hạng thứ $n + 1$: $u_{n+1} = \frac{1}{2}n$.
C. Hiệu : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}$. D. Tổng của 5 số hạng đầu tiên là: $S_5 = 12$.

Câu 21. Cho dãy số (u_n) với : $u_n = 2n + 5$. Khẳng định nào sau đây là *sai*?

- A. Là cấp số cộng có $d = -2$. B. Là cấp số cộng có $d = 2$.
C. Số hạng thứ $n + 1$: $u_{n+1} = 2n + 7$. D. Tổng của 4 số hạng đầu tiên là: $S_4 = 40$

Câu 22. Cho dãy số (u_n) có: $u_1 = -3; d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$.

B. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$.

C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$.

D. $u_n = n \left(-3 + \frac{1}{4}(n-1) \right)$.

Câu 23. Cho dãy số (u_n) có: $u_1 = \frac{1}{4}; d = \frac{-1}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_5 = \frac{5}{4}$.

B. $S_5 = \frac{4}{5}$.

C. $S_5 = -\frac{5}{4}$.

D. $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Câu 24. Cho dãy số (u_n) có $d = -2; S_8 = 72$. Tính u_1 ?

A. $u_1 = 16$

B. $u_1 = -16$

C. $u_1 = \frac{1}{16}$

D. $u_1 = -\frac{1}{16}$

Câu 25. Cho dãy số (u_n) có $d = 0,1; S_5 = -0,5$. Tính u_1 ?

A. $u_1 = 0,3$.

B. $u_1 = \frac{10}{3}$.

C. $u_1 = \frac{10}{3}$.

D. $u_1 = -0,3$.

Câu 26. Cho dãy số (u_n) có $u_1 = -1; d = 2; S_n = 483$. Tính số các số hạng của cấp số cộng?

A. $n = 20$.

B. $n = 21$.

C. $n = 22$.

D. $n = 23$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

A. $u_1 = 20, d = -3$.

B. $u_1 = -22, d = 3$.

C. $u_1 = -21, d = -3$.

D. $u_1 = -21, d = -3$.

Câu 28. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

A. $S = 24$.

B. $S = -24$.

C. $S = 26$.

D. $S = -25$.

Câu 29. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

A. $u_1 = -35, d = -5$.

B. $u_1 = -35, d = 5$.

C. $u_1 = 35, d = -5$

D. $u_1 = 35, d = 5$.

Câu 30. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

A. $S_{20} = 200$

B. $S_{20} = -200$

C. $S_{20} = 250$

D. $S_{20} = -25$

Câu 31. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_3 = 20, u_5 + u_7 = -29$. Tìm u_1, d ?

A. $u_1 = 20; d = 7$.

B. $u_1 = 20,5; d = 7$.

C. $u_1 = 20,5; d = -7$.

D. $u_1 = -20,5; d = -7$.

Câu 32. Cho cấp số cộng: $-2; -5; -8; -11; -14; \dots$. Tìm d và tổng của 20 số hạng đầu tiên?

A. $d = 3; S_{20} = 510$.

B. $d = -3; S_{20} = -610$.

C. $d = -3; S_{20} = 610$.

D. $d = 3; S_{20} = -610$.

Câu 33. Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25° . Tìm 2 góc còn lại?

A. $65^\circ; 90^\circ$.

B. $75^\circ; 80^\circ$.

C. $60^\circ; 95^\circ$.

D. $60^\circ; 90^\circ$.

Câu 34. Tam giác ABC có ba góc A, B, C theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng và $C = 5A$. Xác định số đo các góc A, B, C .

A. $\begin{cases} A = 10^\circ \\ B = 120^\circ \\ C = 50^\circ \end{cases}$

B. $\begin{cases} A = 15^\circ \\ B = 105^\circ \\ C = 60^\circ \end{cases}$

C. $\begin{cases} A = 5^\circ \\ B = 60^\circ \\ C = 25^\circ \end{cases}$

D. $\begin{cases} A = 20^\circ \\ B = 60^\circ \\ C = 100^\circ \end{cases}$

Câu 35. Cho tam giác ABC biết ba góc tam giác lập thành cấp số cộng và $\sin A + \sin B + \sin C = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$ tính các góc của tam giác

- A. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ B. $20^\circ, 60^\circ, 100^\circ$ C. $10^\circ, 50^\circ, 120^\circ$ D. $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$

Câu 36. Xác định a để 3 số : $1+3a; a^2+5; 1-a$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?

- A. Không có giá trị nào của a . B. $a=0$.
C. $a=\pm 1$ D. $a=\pm\sqrt{2}$.

Câu 37. Tìm x biết : $x^2+1, x-2, 1-3x$ lập thành cấp số cộng ;

- A. $x=4, x=3$ B. $x=2, x=3$ C. $x=2, x=5$ D. $x=2, x=1$

Câu 38. Cho các số $5x-y, 2x+3y, x+2y$ lập thành cấp số cộng ; các số $(y+1)^2, xy+1, (x-1)^2$ lập thành cấp số nhân. Tính x, y

- A. $(x; y) = (0; 0); \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$ B. $(x; y) = (0; 0); \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$
C. $(x; y) = (1; 0); \left(\frac{11}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{10}\right)$ D. $(x; y) = (0; 1); \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right); \left(-\frac{13}{4}; -\frac{13}{10}\right)$

Câu 39. Tìm x, y biết: Các số $x+5y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $(y-1)^2, xy-1, (x+1)^2$ lập thành cấp số nhân.

- A. $(x; y) = \left(-\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ B. $(x; y) = \left(\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
C. $(x; y) = \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ D. $(x; y) = \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Câu 40. Tìm x, y biết: Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng và các số $x+\frac{5}{3}y, y-1, 2x-3y$ lập thành cấp số nhân.

- A. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}\right)$ B. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{1}{8}; \frac{1}{8}\right)$
C. $(x; y) = (3; 1); \left(\frac{3}{8}; \frac{1}{8}\right)$ D. $(x; y) = (-3; -1); \left(\frac{12}{8}; \frac{1}{8}\right)$

Câu 41. Xác định a, b để phương trình $x^3+ax+b=0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

- A. $b=0, a<0$ B. $b=0, a=1$ C. $b=0, a>0$ D. $b>0, a<0$

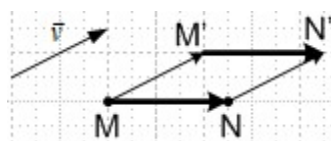
PHẦN II : HÌNH HỌC

CHƯƠNG I:

PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẪNG

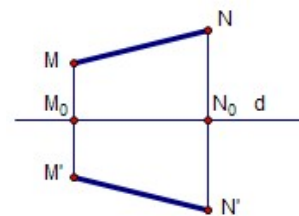
I. Phép tịnh tiến

- $T_{\vec{v}}: M \mapsto M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$
- $T_{\vec{v}}(M) = M', T_{\vec{v}}(N) = N' \Rightarrow \overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$
- $T_{\vec{v}}: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$



II. Phép đối xứng trục

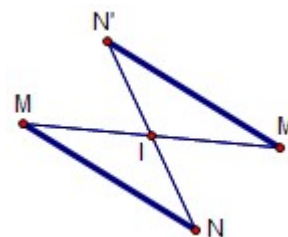
- $\mathcal{D}_d: M \mapsto M' \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M'} = -\overrightarrow{M_0M}$ (M_0 là hình chiếu của M trên d)
- $\mathcal{D}_d(M) = M' \Leftrightarrow \mathcal{D}_d(M') = M$
- $\mathcal{D}_d(M) = M', \mathcal{D}_d(N) = N' \Rightarrow M'N' = MN$
- $\mathcal{D}_{Ox}: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$



$$\mathcal{D}_{Oy}: M(x; y) \mapsto M'(x'; y'). \text{ Khi đó: } \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$$

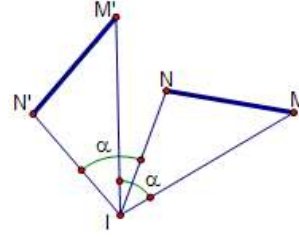
III. Phép đối xứng tâm

- $\mathcal{D}_I: M \mapsto M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}$
- $\mathcal{D}_I(M) = M' \Leftrightarrow \mathcal{D}_I(M') = M$
- $\mathcal{D}_I(M) = M', \mathcal{D}_I(N) = N' \Rightarrow \overrightarrow{M'N'} = -\overrightarrow{MN}$
- Cho $I(a; b)$. $\mathcal{D}_I: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$
- Đặc biệt: $\mathcal{D}_O: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$



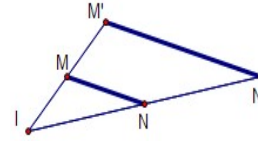
IV. Phép quay

- $Q_{(I,\alpha)}: M \mapsto M' \Leftrightarrow \begin{cases} IM' = IM \\ (\widehat{IM; IM'}) = \alpha \end{cases}$
- $Q_{(I,\alpha)}(M) = M', Q_{(I,\alpha)}(N) = N' \Rightarrow M'N' = MN$
- $Q_{(I,\alpha)}(d) = d'$. Khi đó: $(\widehat{d, d'}) = \begin{cases} \alpha & \text{nếu } 0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ \pi - \alpha & \text{nếu } \frac{\pi}{2} \leq \alpha < \pi \end{cases}$
- $Q_{(O,90^0)}: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$
- $Q_{(O,-90^0)}: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$



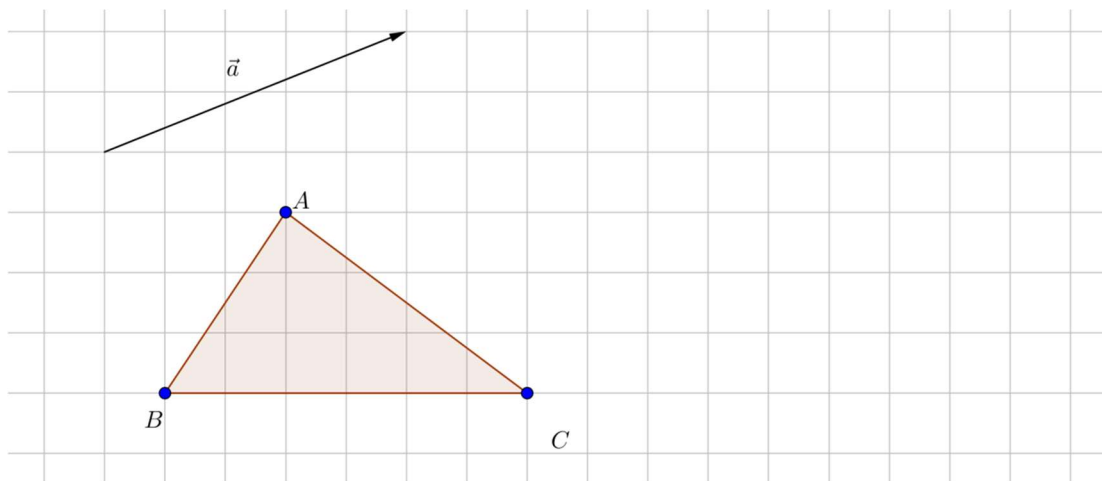
V. Phép vị tự

- $V_{(I,k)}: M \mapsto M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = k \cdot \overrightarrow{IM} \quad (k \neq 0)$
- $V_{(I,k)}(M) = M', V_{(I,k)}(N) = N' \Rightarrow \overrightarrow{M'N'} = k \cdot \overrightarrow{MN}$
- Cho $I(a; b)$. $V_{(I,k)}: M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$. Khi đó: $\begin{cases} x' = kx + (1-k)a \\ y' = ky + (1-k)b \end{cases}$

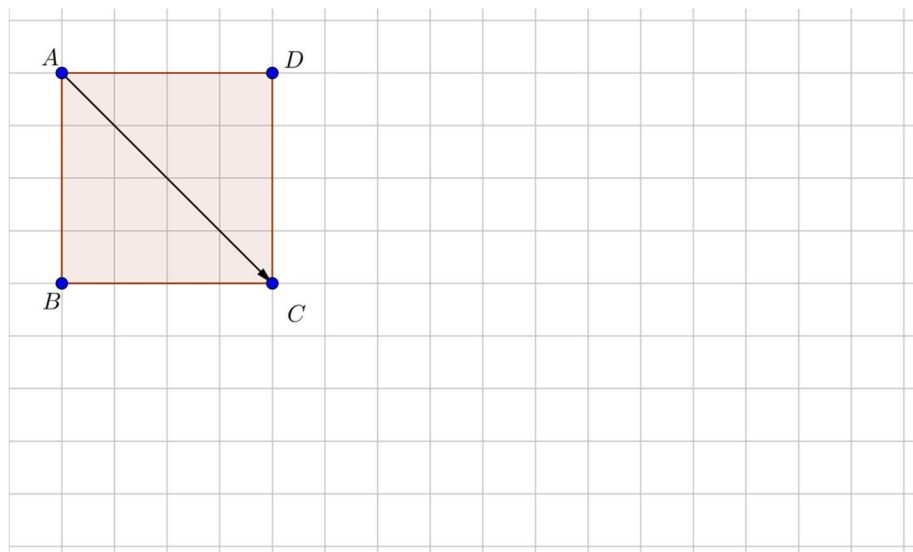


Chú ý: Nếu phép dời hình (phép đồng dạng) biến ΔABC thành $\Delta A'B'C'$ thì nó cũng biến trọng tâm, trực tâm, tâm các đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp của ΔABC tương ứng thành trọng tâm, trực tâm, tâm các đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp của $\Delta A'B'C'$.

Bài 1. Vẽ ảnh của $\triangle ABC$ qua phép tịnh tiến $\vec{a}$



Bài 2. Vẽ ảnh của hình vuông $ABCD$ qua phép tịnh tiến vector $\overrightarrow{AC}$



Bài 3. Tìm ảnh của các điểm A(0; 2), B(1; 3), C(-3; 4) qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ trong các trường hợp sau:

a) $\vec{v} = (1; 1)$

b) $\vec{v} = (-2; 1)$

Bài 4. Cho điểm $A(1; 4)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho $A = T_v(B)$ trong các trường hợp sau:

a) $\vec{v} = (2; -3)$

d) $\vec{v} = (3; -2)$

Bài 5. Tìm tọa độ vector $\vec{v}$ sao cho $T_v(M) = M'$ trong các trường hợp sau:

a) $M(-10; 1), M'(3; 8)$

b) $M(-5; 2), M'(4; -3)$

Bài 6. Trong mpOxy, cho đường thẳng (d) : $2x - y + 5 = 0$. Tìm phương trình của đường thẳng (d') là ảnh của (d) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ trong các trường hợp sau:

a) $\vec{v} = (4; -3)$

b) $\vec{v} = (-2; 1)$

Bài 7. Trong mpOxy, cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. Tìm phương trình của đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ trong các trường hợp sau:

a) $\vec{v} = (1; -3)$

b) $\vec{v} = (-4; 2)$

Bài 8. Trong mpOxy, cho Parabol (P): $y = 2x^2 - x + 1$. Tìm phương trình của Parabol (P') là ảnh của (P) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ trong các trường hợp sau:

a) $\vec{v} = (0; -2)$

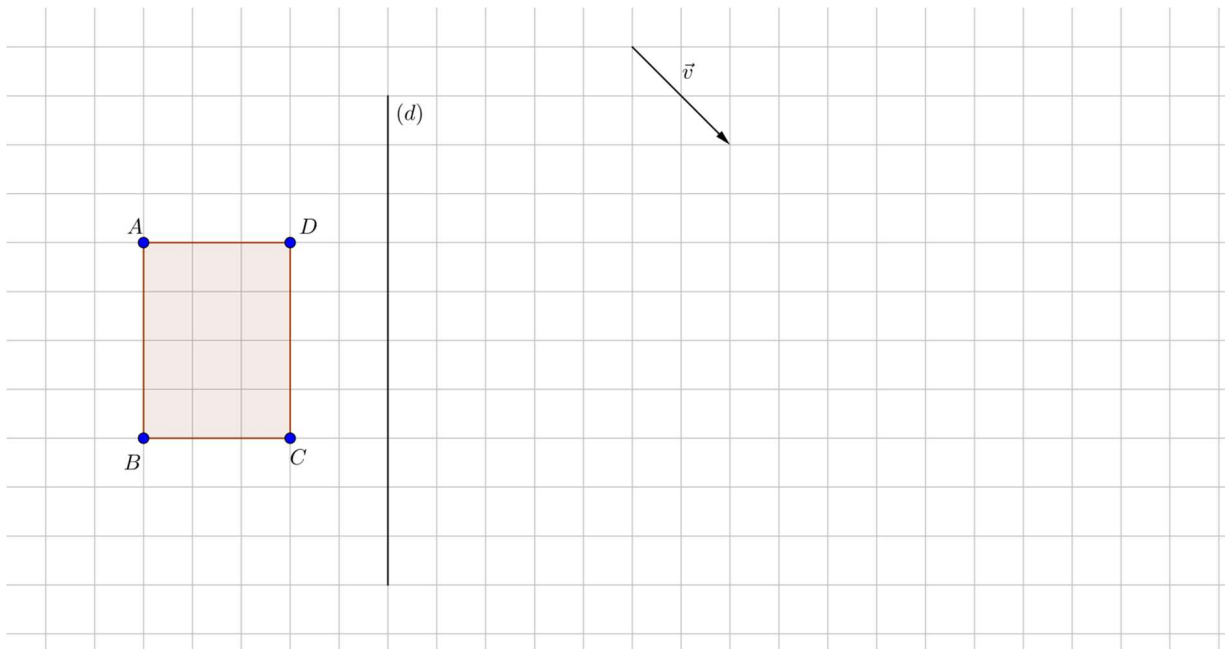
b) $\vec{v} = (-1; 5)$

Bài 9. Cho đường thẳng d: $x + 2y - 1 = 0$ và vectơ $\vec{v} = (2; m)$. Tìm m để phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến d thành chính nó.

Bài 10. Cho hai điểm cố định B, C trên đường tròn (O) và một điểm A thay đổi trên đường tròn đó. Tìm quỹ tích trực tâm H của ΔABC .

II. PHÉP ĐỐI XỨNG TRỰC

Bài 1. Cho hình chữ nhật ABCD, vẽ ảnh của ABCD sau khi thực hiện liên tiếp 2 phép biến hình: phép đối xứng trục (d), sau đó thực hiện phép tịnh tiến $\vec{v}$



Bài 2. Tìm ảnh của các điểm sau qua phép đối xứng trục Ox: A(2; 3), B(-2; 3), C(0; 6), D(4; -3).

Bài 3. Tìm ảnh của các điểm sau qua phép đối xứng trục Oy: A(2; 3), B(-2; 3), C(0; 6), D(4; -3).

Bài 4. Tìm ảnh của các đường thẳng sau qua phép đối xứng trục Ox:

a) $2x + y - 4 = 0$

b) $x + y - 1 = 0$

Bài 5. Tìm ảnh của các đường thẳng sau qua phép đối xứng trục Oy:

a) $x - 2 = 0$

b) $3x + y + 2 = 0$

Bài 6. Tìm ảnh của các đường tròn sau qua phép đối xứng trục Ox:

a) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$

b) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$

Bài 7. Tìm ảnh của các đường tròn sau qua phép đối xứng trục Oy:

a) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$

b) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$

Bài 8. Tìm ảnh của điểm A(3; 2) qua phép đối xứng trục d với d: $x - y = 0$.

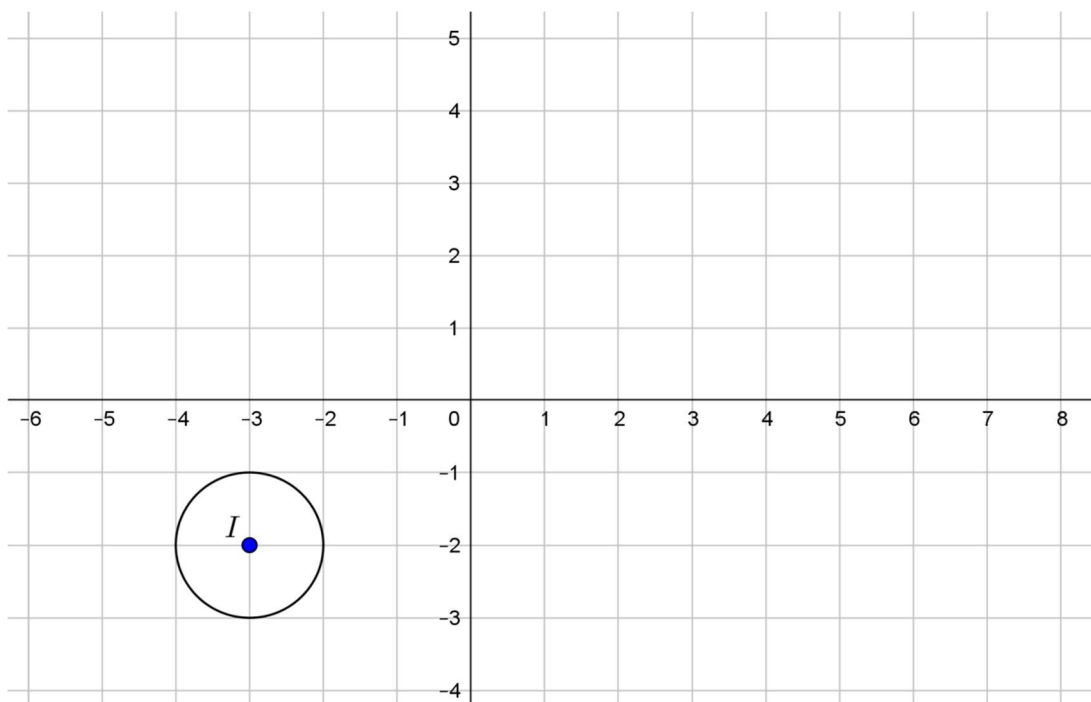
Bài 9. Cho đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$, tìm ảnh của d qua phép đối xứng trục:

a) $\Delta: x - y - 3 = 0$

b) $\Delta: 2x + y + 5 = 0$

III. PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

Bài 1. Vẽ ảnh của đường tròn (C) qua 2 phép biến hình liên tiếp: phép đối xứng tâm O, sau đó thực hiện phép đối xứng trục Ox biết $(C): (x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 1$.



Bài 2. Tìm ảnh của các điểm $A(2; 3)$, $B(-2; 3)$, $C(0; 6)$, $D(4; -3)$ qua phép đối xứng tâm $I(1; -2)$

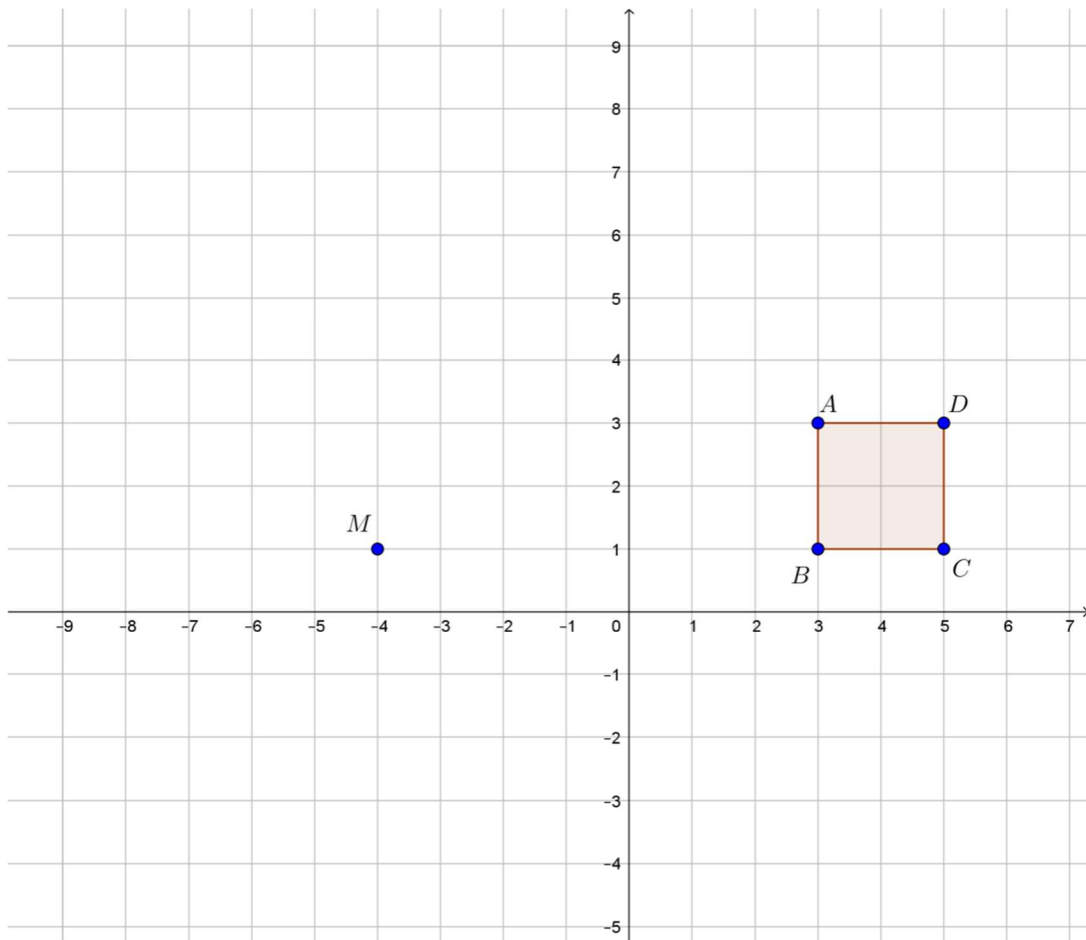
Bài 3. Tìm ảnh của đường thẳng $(d): x + y + 2 = 0$ qua phép đối xứng tâm $O(0; 0)$:

Bài 4. Tìm ảnh của các đường thẳng $(d): 2x + y - 4 = 0$ qua phép đối xứng tâm $I(2; 1)$:

Bài 5. Tìm ảnh của các đường tròn $(C): (x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$ qua phép đối xứng tâm $I(-2; 5)$

IV. PHÉP QUAY

Bài 1. Vẽ ảnh của hình vuông $ABCD$ qua 2 phép biến hình biến hình liên tiếp: phép quay tâm O , góc quay 90° ; sau đó thực hiện phép đối xứng tâm M



Bài 2. Tìm ảnh của các điểm $A(2; 3)$, $B(-2; 3)$, $C(0; 6)$, $D(4; -3)$ qua phép quay tâm O góc α với:

a) $\alpha = 90^\circ$

b) $\alpha = -90^\circ$

c) $\alpha = 180^\circ$

Bài 3. Tìm ảnh của các đường thẳng sau qua phép quay tâm O góc 90° :

a) $2x - y = 0$

b) $x + y + 2 = 0$

Bài 4. Tìm ảnh của các đường thẳng sau qua phép quay tâm O góc -90^0

a) $2x + y - 1 = 0$

b) $x + 3y + 1 = 0$

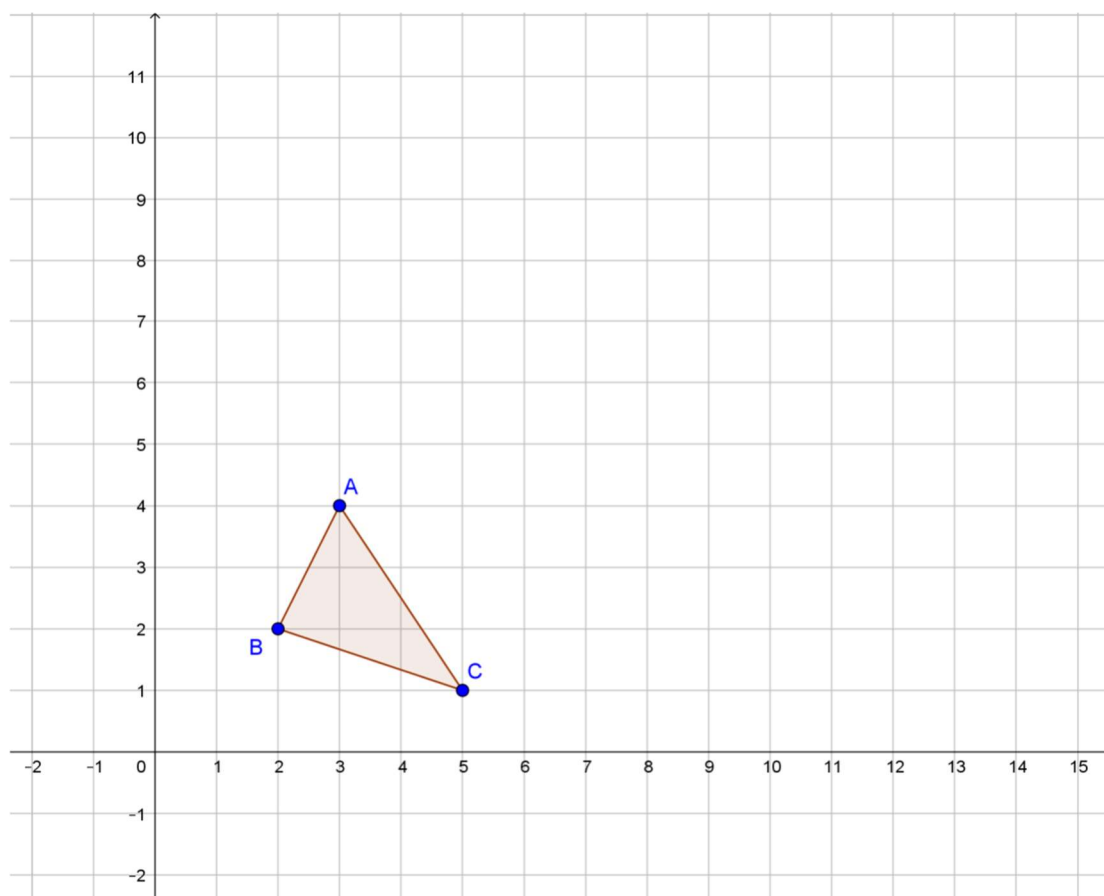
Bài 5. Tìm ảnh của các đường tròn sau qua phép quay tâm O góc -90^0 :

a) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$

b) $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 25$

V. PHÉP VỊ TỰ

Bài 1. Vẽ ảnh của $\triangle ABC$ qua 2 phép biến hình: phép vị tự tâm O, tỉ số $k = 2$; sau đó thực hiện phép tịnh tiến $\vec{BC}$



Bài 2. Tìm ảnh của các điểm sau qua phép vị tự tâm I(2; 3), tỉ số $k = -2$: A(2; 3), B(-3; 4), C(0; 5)

Bài 3. Tìm ảnh của các điểm sau qua phép vị tự tâm I(2; 3), tỉ số $k = \frac{1}{2}$: A(2; 1), B(-3; 2), C(1; 4)

Bài 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường thẳng (d):

$3x - y - 3 = 0$. Viết PT ảnh của (d) qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm I(1;2) và phép tịnh tiến vector $\vec{v} = (-2;1)$.

Bài 4. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho $\vec{v} = (2;0)$ và điểm M(1;1)

a) Tìm toạ độ điểm M' là ảnh của M qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$.

b) Tìm toạ độ điểm M'' là ảnh của M qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ và đối xứng qua trục Oy.

Bài 5. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho $\vec{v} = (3;1)$ và đường thẳng (d): $2x - y = 0$. Tìm ảnh của (d) qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc 90^0 và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$.

Bài 6. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường thẳng (d):

$x + y - 2 = 0$. Hãy viết phương trình đường thẳng (d') là ảnh của (d) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O, tỉ số $k = 2$ và phép quay tâm O góc 90^0 .

Bài 7. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho (C): $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$. Hãy viết PT đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ và phép đối xứng qua trục Oy.

Bài 8. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường thẳng (d): $x - y + 1 = 0$. Hãy viết PT đường thẳng (d') là ảnh của (d) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm

I(-1; -1), tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc bằng -90^0 .

Bài 9. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho (C): $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Hãy viết PT đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng qua trục Ox.

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hình bình hành ABCD. Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{DA}$ biến:

- A. C thành B B. C thành A C. B thành C D. A thành D

Câu 2. Hệ thức $4\overrightarrow{OA} = 5\overrightarrow{OB}$ biểu thị phép vị tự tâm O, biến điểm A thành điểm B có tỉ số k bằng:

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{3}{5}$

Câu 3. Với 2 điểm A, B phân biệt, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $T_{\overline{AB}}(A) = B$. B. $T_{\overline{AB}}(B) = A$. C. $T_{\overline{AB}}(B) = B$. D. $T_{\overline{AB}}(A) = A$.

Câu 4. Cho phép vị tự tâm I, tỉ số $k = 2$ biến điểm A thành điểm A'. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{IA'} = 2\overrightarrow{IA}$. B. $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IA'}$. C. $\overrightarrow{IA'} = 2\overrightarrow{AI}$. D. $\overrightarrow{IA'} = -2\overrightarrow{IA}$.

Câu 5. Phát biểu nào sau đây sai về phép tịnh tiến?

- A. Biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.
 B. Đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
 C. Tam giác thành tam giác bằng nó.
 D. Đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{v} = (-5; 1)$ và $A(0; 0)$. Tìm tọa độ của điểm A' là ảnh của điểm A qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

- A. $(-5; 1)$ B. $(1; 2)$ C. $(1; 3)$ D. $(1; 1)$

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $B(-5; 4)$. Tọa độ điểm E sao cho B là ảnh của E qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{u} = (1; 5)$ là:

- A. $E(-6; 1)$ B. $E(6; 1)$ C. $E(-6; -1)$. D. $E(6; -1)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, tìm tọa độ của điểm A' là ảnh của điểm $A(3; -3)$ qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; -2)$.

- A. $A'(4; -5)$. B. $A'(-2; 1)$ C. $A'(4; -6)$. D. $A'(2; -1)$

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, xác định tọa độ của điểm P có ảnh là điểm $Q(1; 1)$ qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (3; 1)$.

- A. $P(-2; 0)$. B. $P(4; 2)$. C. $P(2; 0)$. D. $P(4; -1)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, phép tịnh tiến theo vector nào dưới đây biến điểm $A(-2; 4)$ thành điểm $B(1; 2)$?

- A. $\vec{v} = (3; -2)$. B. $\vec{v} = (3; 2)$. C. $\vec{v} = (-3; 2)$. D. $\vec{v} = (-1; 6)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, phép quay tâm O góc quay 90° biến điểm $M(1; -1)$ thành điểm nào sau đây?

- A. $M'(1; 1)$. B. $M'(-1; -1)$. C. $M'(-1; 1)$. D. $M'(1; 0)$.

- Câu 12.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, phép quay tâm O góc quay 180° biến điểm $M(-1;1)$ thành điểm nào sau đây?
- A. $M'(1;-1)$. B. $M'(-1;-1)$. C. $M'(-1;1)$. D. $M'(1;1)$.
- Câu 13.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, phép quay tâm O góc quay -90° biến điểm $M(1;0)$ thành điểm nào sau đây?
- A. $M'(0;-1)$ B. $M'(1;0)$ C. $M'(0;1)$ D. $M'(-1;0)$
- Câu 14.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho phép quay $Q_{(O;45^\circ)}$ biến trục $x'Ox$ thành đường thẳng nào sau đây:
- A. $d': y = x$. B. $d': y = -x$. C. $d': x = 0$. D. $d': y = 0$.
- Câu 15.** Phép vị tự tâm A, tỉ số $\frac{4}{3}$, biến điểm B thành điểm C. Hệ thức nào sau đây thỏa mãn?
- A. $4\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CA} = \vec{0}$ B. $4\overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{AB}$ C. $4\overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{CB}$ D. $4\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BA}$
- Câu 16.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;1)$, $B(-5;4)$ và đường thẳng $d: x - y + 2 = 0$. Ảnh d' của d qua phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{AB}$ là:
- A. $d': x - y + 12 = 0$ B. $d': x + y + 12 = 0$
C. $d': x - y - 12 = 0$ D. $d': x + y - 12 = 0$
- Câu 17.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{v}(1;1)$ và $A(0;2)$, $B(-2;1)$. Gọi A' , B' lần lượt là ảnh của điểm A, B qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$. Khi đó độ dài $A'B'$ bằng:
- A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{11}$ D. $\sqrt{12}$
- Câu 18.** Trong Oxy, cho 3 điểm $A(3;-3)$, $B(0;3)$, $C(1;1)$. Biết phép vị tự tâm C tỉ số k biến B thành A. Tìm k .
- A. $k = -2$. B. $k = -3$. C. $k = 3$. D. $k = 2$.
- Câu 19.** Phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-8;2)$ biến đường thẳng $d: x + 4y - 5 = 0$ thành d' . Tìm phương trình của d' .
- A. $x + 4y - 5 = 0$ B. $x + 4y - 12 = 0$. C. $2x + 3y - 6 = 0$. D. $x + 4y = 0$.
- Câu 20.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng $\Delta: x + 2y - 1 = 0$ qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1;-1)$.
- A. $\Delta': x + 2y = 0$. B. $\Delta': x + 2y - 3 = 0$. C. $\Delta': x + 2y + 1 = 0$. D. $\Delta': x + 2y + 2 = 0$.

Câu 21. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, phép vị tự tâm $I(1;1)$ tỉ số $k = -\frac{1}{3}$ biến đường thẳng $\Delta: 5x - y + 1 = 0$ thành đường thẳng nào sau đây?

- A. $\Delta': 15x - 3y - 17 = 0$ B. $\Delta': 15x - 3y - 23 = 0$
 C. $\Delta': 15x + 3y - 23 = 0$ D. $\Delta': 15x + 3y + 10 = 0$.

Câu 22. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1;3)$.

- A. $(C'): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$ B. $(C'): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 2$.
 C. $(C'): (x+3)^2 + (y+4)^2 = 4$ D. $(C'): (x+3)^2 + (y-4)^2 = 4$.

Câu 23. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho phép quay $Q_{(O;90^\circ)}$ biến đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$ thành đường nào sau đây:

- A. $(C'): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 9$ B. $(C'): (x-2)^2 + (y+2)^2 = 9$.
 C. $(C'): (x-2)^2 + y^2 = 9$ D. $(C'): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$.

Câu 24. Cho $(d): 3x - y - 3 = 0$. Tìm ảnh của (d) qua phép đồng dạng bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(1;1)$ tỉ số 2 và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (4;-1)$.

- A. $(d'): 3x - y - 17 = 0$ B. $(d'): 3x - y - 4 = 0$
 C. $(d'): 3x + y - 17 = 0$ D. $(d'): 3x + y - 4 = 0$

Câu 25. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $(d): 2x - y = 0$. Tìm ảnh của (d) qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O;90^\circ)}$ và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3;1)$.

- A. $(d'): x + 2y - 5 = 0$ B. $(d'): x + 2y + 5 = 0$.
 C. $(d'): x + 3y - 4 = 0$ D. $(d'): x - 3y + 4 = 0$.

CHƯƠNG II:

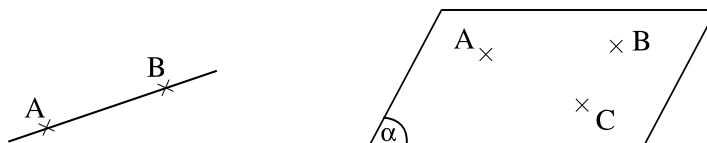
ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

QUAN HỆ SONG SONG

ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

1. Các tính chất thừa nhận của hình học không gian

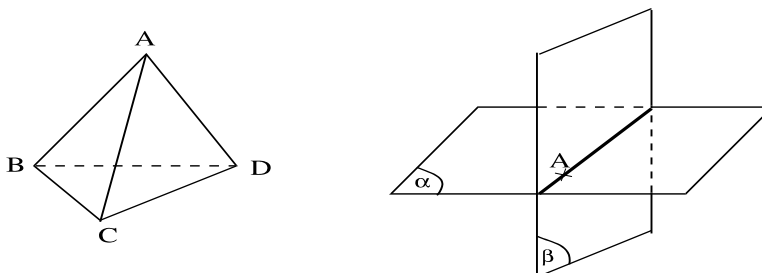
Tính chất 1: Có một và chỉ một đường thẳng đi qua 2 điểm phân biệt cho trước.



Tính chất 2: Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua 3 điểm không thẳng hàng cho trước.

Tính chất 3: Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

Tính chất 4: Tồn tại 4 điểm không cùng nằm trên một mặt phẳng.



Tính chất 5: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một điểm chung khác nữa, từ đó suy ra nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng sẽ có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó, đường thẳng này gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng

Tính chất 6: trong mỗi mặt phẳng, các kết quả của hình học phẳng đều đúng.

2. Xác định một mặt phẳng

- Ba điểm không thẳng hàng thuộc mặt phẳng. ($mp(ABC), (ABC)$)
- Một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó thuộc mặt phẳng. ($mp(A, d)$)
- Hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng. ($mp(a, b)$)

3. Một số qui tắc vẽ hình biểu diễn của hình không gian

- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
- Hình biểu diễn phải giữ nguyên quan hệ thuộc giữa điểm và đường thẳng.
- Đường nhìn thấy vẽ nét liền, đường bị che khuất vẽ nét đứt.

VẤN ĐỀ 1: Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

Muốn tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ta có thể tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng. Khi đó giao tuyến là đường thẳng đi qua hai điểm chung đó.

Bài 1. Cho hình chóp S.ABCD. Đáy ABCD có AB cắt CD tại E, AC cắt BD tại F.

- Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (SAB) và (SCD), (SAC) và (SBD).
- Tìm giao tuyến của (SEF) với các mặt phẳng (SAD), (SBC).

Bài 2. Cho tứ giác ABCD không có sự song song, điểm $S \notin (ABCD)$. Lấy điểm M trên đoạn SD. Tìm giao tuyến của:

- (SAD) và (SBC); (SAB) và (SCD); $(SAC) \cap (SBD)$
- (MBC) và các mặt phẳng (SAD), (SCD), (SBD), (SAC).

Bài 3. Cho tứ diện ABCD có I, J, K lần lượt trên AB, BC, CD sao cho không có sự song song. Tìm giao tuyến của (IJK) với (DAC) và (ABD).

Bài 4. Cho hình chóp S.ABCD. Đáy ABCD là hình thang trong đó là AB đáy lớn.

- Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (SAC) và (SBD), (SAD) và (SBC).
- Gọi M, N lần lượt thuộc SA, SB sao cho MN không song song AB. Tìm $(CMN) \cap (ABCD)$.

Bài 5. Cho tứ diện ABCD. Lấy M, N lần lượt thuộc AB, AC sao cho MN không song song BC. I là điểm nằm trong ΔACD . Tìm giao tuyến (ABI) và (BCD), (DMN) và (BCD), (MNI) và (ABD).

- Bài 6.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA. N thuộc SC sao cho $SN = \frac{3}{4} SC$. P thuộc SD sao cho $4SP = SD$. Tìm:
- a) $(SAC) \cap (SBD)$ b) $(MNP) \cap (ABCD)$ c) $(MND) \cap (SAB)$

- Bài 7.** Cho tứ diện ABCD. Có $MB = MC$. $I \in AB$ sao cho $AI = \frac{4}{5} AB$. $J \in BD$ sao cho $BJ = \frac{3}{4} BD$.
- a) Tìm giao tuyến của (IJM) và (ACD)
- b) Gọi P là trung điểm của BM, Q là trung điểm của CD. Tìm $(APQ) \cap (IJM)$.

- Bài 8.** Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, SO. Tìm giao tuyến của mp(MNP) với các mặt phẳng (SAB), (SAD), (SBC) và (SCD).

- Bài 9.** Cho hình chóp S.ABCD. Lấy $I \in SA$ và $J \in SB$ sao cho IJ không song song AB. Lấy điểm K trong tứ giác ABCD, tìm giao tuyến của (IJK) với các mp sau: (ABCD), (SBC), (SAD)

- Bài 10.** Cho hình chóp S.ABCD. Lấy các điểm M, N lần lượt nằm trong ΔSAB và ΔSAD . Lấy điểm P nằm trong tứ giác ABCD. Tìm giao tuyến của (MNP) với các mặt phẳng (ABCD), (SAB), (SAD), (SAC) và (SBD).

VẤN ĐỀ 2: Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

Muốn tìm giao điểm của một đường thẳng và một mặt phẳng ta có thể tìm giao điểm của đường thẳng đó với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng đã cho.

- Bài 1.** Cho tứ diện ABCD. Trên AC và AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho MN không song song với CD. Gọi O là một điểm bên trong ΔBCD .

- a) Tìm giao tuyến của (OMN) và (BCD) .
- b) Tìm giao điểm của BC và BD với mặt phẳng (OMN) .

- Bài 2.** Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. K là một điểm trên cạnh BD và không trùng với trung điểm của BD. Tìm giao điểm của CD và AD với mặt phẳng (MNK) .

- Bài 3.** Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình thang, có đáy lớn AD. Gọi N là trung điểm của SB.

- a) Tìm giao điểm của AN và (SCD)
- b) Tìm giao điểm của DN và (SAB)

- Bài 4.** Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình thang đáy lớn AB. Gọi I, J là trung điểm của SA và SB. Lấy điểm M tùy ý trên SD sao cho M không là trung điểm SD.

- a) Tìm giao tuyến của (SAD) và (SBC); (SAC) và (SBD).
- b) Tìm giao điểm của IM và (SBC); JM và (SAC); SC và (IJM)

Bài 5. Cho hình chóp SABCD lấy các điểm M, N lần lượt trên SD và SB sao cho MN không song song BD

- Tìm giao điểm của MN với (ABCD) và (SAC)
- Tìm giao điểm của mp(AMN) với SC, CD, BC

Bài 6. Cho hình bình hành ABCD nằm trong mặt phẳng (P) và một điểm S nằm ngoài mp(P). Gọi M là điểm nằm giữa S và A, N là điểm nằm giữa S và B. Giao điểm của hai đường thẳng AC và BD là O.

- Tìm giao điểm của mp(CMN) và đường thẳng SO.
- Xác định giao tuyến của hai mp (SAD) và (CMN).

Bài 7. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi M là một điểm nằm trong tam giác SCD.

- Tìm giao tuyến của hai mp (SBM) và (SAC).
- Tìm giao điểm của đường thẳng BM và mp(SAC).

Bài 8. Cho tứ giác ABCD và 1 điểm S không thuộc (ABCD). Gọi M là trung điểm của SA. $I \in SB$ sao

$$\text{cho } SI = \frac{2}{5}SB, J \in SD \text{ sao cho } SJ = \frac{2}{3}SD$$

- Tìm $IJ \cap (ABCD)$
- Tìm $AB \cap (MIJ)$
- Tìm $IJ \cap (SAC)$

Bài 9. Cho hình chóp S.ABCD. M là một điểm trên cạnh SC.

- Tìm giao điểm của AM và (SBD).
- Gọi N là một điểm trên cạnh BC. Tìm giao điểm của SD và (AMN).

Bài 10. Cho tứ diện ABCD. M, N là hai điểm lần lượt trên AC và AD. O là một điểm bên trong $\triangle BCD$. Tìm giao điểm của:

- MN và (ABO).
- AO và (BMN).

Bài 11. Cho tứ diện SABC, lấy điểm M trên SA, điểm N, P lần lượt nằm trong các tam giác SBC và ABC

- Tìm giao điểm của MN với mp(ABC)
- Tìm giao điểm của mp(MNP) với AB, SB, AC, SC
- Tìm giao điểm của NP với (SAB), (SAC)

Bài 12. Cho hình chóp S.ABCD, có đáy là hình thang, cạnh đáy lớn AB. Gọi I, J, K là ba điểm lần lượt trên SA, AB, BC.

- Tìm giao điểm của IK với (SBD).
- Tìm các giao điểm của mặt phẳng (IJK) với SD và SC.

VẤN ĐỀ 3: Chứng minh ba điểm thẳng hàng, ba đường thẳng đồng qui

- Muốn chứng minh ba điểm thẳng hàng ta có thể chứng minh chúng cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt.
- Muốn chứng minh ba đường thẳng đồng qui ta có thể chứng minh giao điểm của hai đường thẳng này là điểm chung của hai mặt phẳng mà giao tuyến là đường thẳng thứ ba.

Bài 1. Cho mp(P) và 3 điểm không thẳng hàng A, B, C cùng nằm ngoài mp(P). Chứng minh rằng nếu 3 đường thẳng AB, BC, CA đều cắt mp(P) thì các giao điểm đó thẳng hàng.

Bài 2. Cho tứ diện ABCD. Lấy M, N, P trên AB, AC, AD. Sao cho $MN \cap BC = \{H\}$, $MP \cap BD = \{K\}$, $NP \cap CD = \{L\}$. Chứng minh: H, K, L thẳng hàng.

Bài 3. Cho tứ diện ABCD có G là trọng tâm ΔBCD . Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm AB, BC, CD. AG cắt IK tại E, CI cắt AJ tại F. Chứng minh rằng D, E, F thẳng hàng.

Bài 4. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là một hình bình hành, O là tâm của đáy. M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC.

- a) Tìm giao tuyến của (MNB) với các mặt phẳng (SAB), (SBC).
- b) Tìm giao điểm I của đường thẳng SO với (MNB) và giao điểm K của đường thẳng SD với (MNB)
- c) Xác định giao tuyến của (MNB) với mp(SAD) và mp(SDC).
- d) Tìm giao điểm E, F của các đường thẳng DA, DC với (MNB). CMR: 3 điểm E, B, F thẳng hàng.

Bài 5. Cho tứ diện S.ABC. Có I là trung điểm của SA. J là trung điểm của BC. Gọi $M \in IJ, N \in SC$

- a) Tìm giao điểm P của MC và (SAB).
- b) Tìm giao tuyến của (SMP) và (ABC).
- c) Tìm giao điểm E của MN và (ABC).
- d) Gọi F của IN và AC. CM: E, F, J thẳng hàng.

Bài 6. Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình thang ($AB \parallel CD$),

- a) Tìm giao điểm I của AD và (SBC).
- b) Lấy M thuộc SB. Tìm giao điểm N của SC và (AMD).
- c) Chứng minh: DM, AN, SO đồng qui.

Bài 7. Cho tứ diện ABCD. Gọi E, F, G lần lượt là ba điểm trên ba cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H. Chứng minh CD, IG, HF đồng qui.

Bài 8. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Gọi M, N, P là 3 điểm trên các cạnh SA, SB, SC và Q là giao điểm của (MNP) với SD. Giả sử AB cắt CD tại I; MN cắt PQ tại J

- a) Chứng minh rằng S, I, J thẳng hàng
- b) Chứng minh rằng MP, NQ, SO đồng qui.

VẤN ĐỀ 4: Xác định thiết diện của một hình chóp với một mặt phẳng

Muốn xác định thiết diện của một hình chóp với mặt phẳng (P) ta có thể làm như sau:

- Từ điểm chung có sẵn, xác định giao tuyến đầu tiên của (P) với một mặt của hình chóp (có thể là mặt phẳng trung gian).
- Cho giao tuyến này cắt các cạnh của mặt đó của hình chóp, ta sẽ được các điểm chung mới của (P) với các mặt khác. Từ đó xác định được các giao tuyến mới với các mặt này.
- Tiếp tục như trên cho tới khi các giao tuyến khép kín ta được thiết diện.

Bài 1. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N là trung điểm của BA và BC. $P \in AD, AP = \frac{3}{4}AD$. Tìm thiết diện tạo bởi (MNP) và hình chóp.

Bài 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hhh ABCD. Trong mp đáy vẽ đt d đi qua A và không song song với các cạnh của hhh, d cắt đoạn BC tại E. Gọi C' là một điểm nằm trên SC.

a) Tìm giao điểm M của CD và mặt phẳng (C'AE).

b) Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi mp(C'AE).

Bài 3. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi M là một điểm nằm trong tam giác SCD.

a) Tìm giao tuyến của hai mp (SBM) và (SAC).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng BM và mp(SAC).

c) Xác định thiết diện của hình chóp và mp(ABM).

Bài 4. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang ($AB \parallel CD$; $AB > CD$). Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SB và SC.

a) Tìm giao tuyến của hai mp(SAD) và mp(SBC).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mp(AIJ).

c) Tìm thiết diện của hình chóp S.ABCD cắt bởi mp(AIJ).

Bài 5. Cho hình chóp S.ABCD, có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, I là ba điểm trên AD, CD, SO. Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNI).

Bài 6. Cho hình chóp S.ABCD. Trong ΔSBC , lấy một điểm M. Trong ΔSCD , lấy một điểm N.

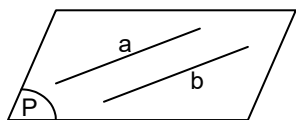
a) Tìm giao điểm của MN và (SAC).

b) Tìm giao điểm của SC với (AMN).

c) Tìm thiết diện của hình chóp S.ABCD với mặt phẳng (AMN).

HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

1. Định nghĩa



$$a // b \Leftrightarrow \begin{cases} a, b \subset (P) \\ a \cap b = \emptyset \end{cases}$$

2. Tính chất

- Nếu ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng qui hoặc đôi một song song.
- Nếu hai mặt phẳng cắt nhau lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
- Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Chứng minh hai đường thẳng song song

Phương pháp: Có thể sử dụng 1 trong các cách sau:

1. Chứng minh 2 đường thẳng đó đồng phẳng, rồi áp dụng phương pháp chứng minh song song trong hình học phẳng (như tính chất đường trung bình, định lý Talét đảo, ...)
2. Chứng minh 2 đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.
3. Áp dụng định lý về giao tuyến song song.

Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng

Phương pháp:

- Tìm một điểm chung của hai mặt phẳng.
- Áp dụng định lý về giao tuyến để tìm phương của giao tuyến.

Giao tuyến sẽ là đường thẳng qua điểm chung và song song với đường thẳng ấy.

- Bài 1.** Cho hình chóp tứ giác S.ABCD. Có đáy là một tứ giác lồi. Gọi M, N, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Chứng minh rằng:
- $ME \parallel AC; NF \parallel BD$.
 - Ba đường thẳng ME, NF và SO đồng quy (O là giao điểm của AC và BD).
 - Bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.
- Bài 2.** Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$; E, F là trung điểm của BC và AC.
- Chứng minh rằng: $IJ \parallel CD$
 - Tìm giao tuyến của (DEF) và (ABD)
- Bài 3.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là một tứ giác lồi. Gọi M và N lần lượt trọng tâm của tam giác SAB và SAD. E là trung điểm của CB.
- Chứng minh rằng: $MN \parallel BD$.
 - Gọi H và L lần lượt là các giao điểm của mp(MNE) với các cạnh SB và SD. Chứng minh rằng: $LH \parallel BD$.
- Bài 4.** Cho tứ diện ABCD và 3 điểm P, Q, R lần lượt nằm trên 3 cạnh AB, CD, BC. Hãy xác định giao điểm S của mp(PQR) với cạnh AD nếu:
- $PR \parallel AC$.
 - PR cắt AC.
- Bài 5.** Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N là trung điểm AB, BC; Q là điểm trên cạnh AD.
- Tìm $P = CD \cap (MNQ)$
 - Chứng minh $PQ \parallel MN$ và $PQ \parallel AC$
- Bài 6.** Cho tứ diện SABC. Trên SA lấy điểm M, trên SB lấy điểm N sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$
- Tìm $d = (MNC) \cap (ABC)$
 - Chứng minh rằng: $d \parallel AB$
- Bài 7.** Cho tứ diện SABC. Gọi A' là điểm trên cạnh SA sao cho $SA = 3SA'$; B', C' là trung điểm SB, SC.
- Tìm $d = (ABC) \cap (A'B'C')$.
 - Chứng minh rằng: $d \parallel BC$.
- Bài 8.** Cho tứ diện ABCD. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD, điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mp(PQR) và cạnh AD. CMR: $AS = 2SD$.
- Bài 9.** Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD và G là trung điểm MN
- Tìm $A' = AG \cap (BCD)$.
 - Qua M kẻ đường thẳng $Mx \parallel AA'$ và Mx cắt (BCD) tại M'. Chứng minh: B, M', A' thẳng hàng và $BM' = M'A' = A'N$.
 - Chứng minh: $GA = 3GA'$.

Bài 10. Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N là trung điểm AB, AD; I, J thuộc SM, SN sao cho $\frac{SI}{SM} = \frac{SJ}{SN} = \frac{2}{3}$; G là trọng tâm $\triangle ABC$.

a) Chứng minh: $IJ \parallel BD$

b) Chứng minh: $IG \parallel SC$

Bài 11. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. M là trung điểm SC. N là trung điểm của OB (O là giao điểm của BD và AC).

a) Tìm giao điểm I của SD và mp(AMN).

b) Tính tỉ số $\frac{SI}{ID}$.

Bài 12. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang và AD song song BC. Gọi E, F lần lượt là trung điểm SA và SD.

a) Chứng minh $EF \parallel BC$.

b) Xác định giao điểm M của SC và mp(ABF).

c) Gọi K là giao điểm của AF và BM. Chứng minh

$$SK \parallel AD \parallel BC \text{ và } DK \parallel SA.$$

Bài 13. Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành.

a) Gọi I là trung điểm AD; G là trọng tâm $\triangle SAD$; E là điểm trên DC sao cho $DE = \frac{1}{3} DC$; F là giao điểm của IE và (SBC). Chứng minh rằng: $GE \parallel SF$.

b) Gọi M, N là trung điểm SA, SB; E là điểm tùy ý trên SC. Mặt phẳng (MNE) cắt SD tại F. Chứng minh MNEF là hình thang.

Bài 14. Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình chữ nhật. Gọi M, N, E, F lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.

b) Tứ giác MNEF là hình thoi.

c) Ba đường thẳng ME, NF và SO đồng quy (O là giao điểm của AC và BD).

Bài 15. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và BD; E là một điểm thuộc cạnh AD khác với A và D.

a) Xác định thiết diện của hình tứ diện khi cắt bởi (IJE).

b) Tìm vị trí của điểm E trên AD sao cho thiết diện là hình bình hành.

c) Tìm điều kiện của tứ diện ABCD và vị trí của điểm E trên cạnh AD để thiết diện là hình thoi.

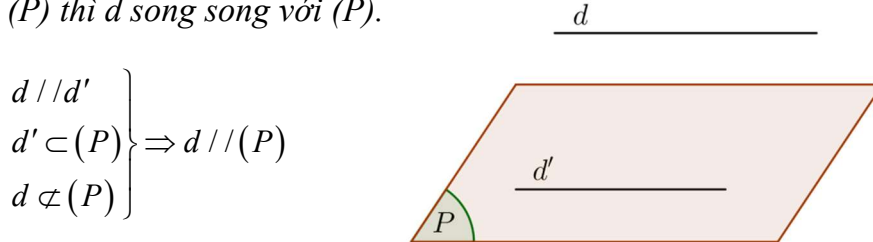
ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẪNG

1. Định nghĩa

$$d // (P) \Leftrightarrow d \cap (P) = \emptyset$$

2. Tính chất

- Nếu đường thẳng d không nằm trên mặt phẳng (P) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (P) thì d song song với (P) .



- Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) thì mọi mặt phẳng (Q) chứa d mà cắt (P) thì cắt theo giao tuyến song song với d .
- Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.
- Nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau thì có duy nhất một mặt phẳng chứa a và song song với b .

Bài 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABD$ và $M \in BC$, $MB = 2MC$. Chứng minh: $MG // (ACD)$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB , CD .

- Chứng minh MN song song với các mặt phẳng (SBC) , (SAD) .
- Gọi P là trung điểm của SA . Chứng minh SB , SC đều song song với (MNP) .
- Gọi G_1 , G_2 là trọng tâm của các tam giác ABC , SBC . Chứng minh $G_1G_2 // (SAC)$, $G_1G_2 // (SAD)$.

Bài 3. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi G là trọng tâm $\triangle SAD$. E nằm trên cạnh CD : $DE = \frac{1}{3} DC$. I là trung điểm AD .

- Tìm giao điểm IE và (SBC) .
- Chứng minh $GE // (SBC)$

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB và I là trung điểm AB . Lấy M nằm trong đoạn AD sao cho $AD = 3AM$.

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .
- Đường thẳng qua M và song song với AB cắt CI tại N . Chứng minh: $NG // (SCD)$.

c) Chứng minh: $MG \parallel (SCD)$.

Bài 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm BC, CD và K là điểm thuộc đoạn AB .

a) Chứng minh: $BD \parallel (KEF)$.

b) Gọi G, H lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACD . Chứng minh $GH \parallel (BCD)$.

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang. Đáy lớn $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD và G là trọng tâm của tam giác SCD . M là trung điểm của SD .

a) Chứng minh: $OG \parallel (SBC)$

b) Chứng minh: $MC \parallel (SAB)$

c) $I \in SC, SI = \frac{2}{3}SC$. Chứng minh: $SA \parallel (BID)$

Bài 7. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng.

a) Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $ABEF$. Chứng minh $OO' \parallel (ADF)$ và $OO' \parallel (BCE)$.

b) Gọi $M \in AE, N \in BD$ sao cho $AM = \frac{1}{3}AE, BN = \frac{1}{3}BD$. Chứng minh $MN \parallel (CDFE)$.

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$. $M \in AB, N \in CD$. Mặt phẳng (P) đi qua MN và song song với SA .

a) Tìm các giao tuyến của (P) với (SAB) và (SAC) .

b) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) .

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) đi qua O , song song với AB và SC . Thiết diện đó là hình gì?

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABCD$. M, N là hai điểm bất kì trên SB, CD . Mặt phẳng (P) qua MN và song song với SC .

a) Tìm các giao tuyến của (P) với các mặt phẳng $(SBC), (SCD), (SAC)$.

b) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) .

Câu 11. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là điểm di động trên AD ($M \neq A, M \neq D$). Mặt phẳng (α) qua $M, (\alpha) \parallel CD$ và $(\alpha) \parallel SA, (\alpha)$ cắt BC, SC, SD lần lượt tại N, P, Q .

a) Thiết diện $MNPQ$ là hình gì? Có thể là hình bình hành không?

b) Gọi $I = MQ \cap NP$. Chứng minh: $SI \parallel (ABC)$.

c) Tìm tập hợp các điểm I khi M di động trên AD .

IV. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

1. Định nghĩa

$$(P) // (Q) \Leftrightarrow (P) \cap (Q) = \emptyset$$

2. Tính chất

- Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b cắt nhau và cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song với (Q) .
- Nếu đường thẳng d song song với $mp(P)$ thì có duy nhất một $mp(Q)$ chứa d và song song với (P) .
- Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
- Cho một điểm $A \notin (P)$. khi đó mọi đường thẳng đi qua A và song song với (P) đều nằm trong một $mp(Q)$ đi qua A và song song với (P) .
- Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cũng cắt mặt phẳng kia và các giao tuyến của chúng song song với nhau.
- Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau.
- **Định lý Thales:** Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
- **Định lý Thales đảo:** Giả sử trên hai đường thẳng d và d' lần lượt lấy các điểm A, B, C và A', B', C' sao cho:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$$

Khi đó, ba đường thẳng AA', BB', CC' lần lượt nằm trên ba mặt phẳng song song, tức là chúng cùng song với một mặt phẳng.

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P là trung điểm của SA, SB, SD .

- CM: $(OMN) // (SCD)$
- CM: $(MNP) // (ABCD)$
- Gọi I, K là trung điểm của BC và OM . CM: $KI // (SCD)$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABC$, $M \in SA$, $SM = 2MA$. Gọi G_1, G_2 là trọng tâm của $\Delta SBC, \Delta SAB$. Chứng minh: $(MG_1 G_2) // (ABC)$.

Bài 3. Cho hình chóp S.ABCD, đáy là hình bình hành tâm O. Gọi I, J, K là trung điểm của SA, SB, SC.

a) CM: (OJK) // (SAD)

b) CM: (OIJ) // (SCD)

c) Gọi P là giao điểm của IK và SO. CM: JP // (ABCD).

Bài 4. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J là hai điểm di động lần lượt trên các cạnh AD, BC sao cho luôn có:

$$\frac{IA}{ID} = \frac{JB}{JC}.$$

a) CMR: IJ luôn song song với 1 mặt phẳng cố định.

b) Tìm tập hợp điểm M chia đoạn IJ theo tỉ số k cho trước.

Bài 5. Cho hình chóp S.ABCD, có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD.

a) CMR: (OMN) // (SBC).

b) Gọi I là trung điểm của SD, J là một điểm trên (ABCD) và cách đều AB, CD. Chứng minh IJ song song (SAB).

Bài 6. Cho hai hình vuông ABCD và ABEF ở trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho: AM = BN. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M, N lần lượt cắt AD, AF tại M', N'.

a) Chứng minh: (CBE) // (ADF).

b) Chứng minh: (DEF) // (MNN'M').

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1. Cho hình chóp tam giác S.ABC. gọi I, H lần lượt là trung điểm SA, AB. Trên đoạn SC lấy điểm K sao cho CK = 3KS.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng BC và mặt phẳng (IHK).

b) Gọi M là trung điểm đoạn IH. Tìm giao điểm của đường thẳng KM với mặt phẳng (ABC).

Bài 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang, đáy lớn AB. Gọi M, N là trung điểm của SB và SC.

a) Tìm giao tuyến của (SAD) và (SBC).

b) Tìm giao điểm của SD và (AMN).

c) Tìm thiết diện của hình chóp với (AMN).

Bài 3. Cho tứ diện ABCD. Gọi P và Q lần lượt là những điểm trên hai đoạn thẳng BC và BD ; M là điểm trên đoạn AC. Giả sử không tồn tại các đường thẳng song song trong hình vẽ của bài toán.

a/ Tìm giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (MPQ). Suy ra giao điểm N của đường thẳng AD và mặt phẳng (MPQ).

b/ PQ cắt CD tại I. Tìm giao tuyến của mp(MPQ) với mp(ACD). Nhận xét gì về vị trí của M, N, I ?

c/ DP và CQ cắt nhau tại E; MQ và NP cắt nhau tại F. Chứng tỏ A, E, F thẳng hàng.

Bài 4. Cho hình bình hành ABCD và điểm S không nằm trong mặt phẳng chứa ABCD.

a/ Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau : (SAC) và (SBD) ; (SAB) và (SCD).

b/ Một mặt phẳng (α) qua BC, cắt SA tại N và cắt SD tại M. Chứng minh MN // BC.

c/ Chứng tỏ giao điểm của BN và CM luôn luôn ở trên một đường thẳng cố định khi M di động trên SA.

d/ Gọi G là trọng tâm tam giác SAB ; K là điểm trên cạnh AC sao cho $\frac{AK}{AC} = \frac{1}{3}$. Chứng minh GK // (SCD).

Bài 5. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình bình hành ABCD tâm O.

a/ Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (SAC) và (SBD) ; (SAD) và (SBC).

b/ Một mặt phẳng (P) di động chứa CD cắt SA và SB lần lượt tại E và F. Tứ giác CDEF là hình gì? Chứng tỏ giao điểm I của CE và DF luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi (P) di động.

c/ Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SC. Tìm giao điểm H của MN và mp(SBD). Chứng tỏ H là trung điểm của MN.

Bài 6. Cho hình chóp S.ABC có G là trọng tâm của tam giác ABC. Gọi M, N là 2 điểm trên cạnh SA sao cho SM = MN = NA.

a) Chứng minh GM // mp(SBC).

b) Gọi D là điểm đối xứng của A qua G. Chứng minh (MCD) // (NBG).

c) Gọi H là giao điểm của đường thẳng MD với mp(SBC). Chứng minh H là trọng tâm của tam giác SBC.

PHẦN TRẮC NGHIỆM

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM CHƯƠNG II

Câu 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung
- B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau
- C. Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
- D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Câu 2. Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a // b$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Nếu $a // c$ thì $b // c$
- B. Nếu c cắt a thì c cắt b
- C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.
- D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và B .

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d qua S và song song với BC
- B. d qua S và song song với DC
- C. d qua S và song song với AB
- D. d qua S và song song với BD .

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng :

- A. qua I và song song với AB
- B. qua J và song song với BD .
- C. qua G và song song với CD
- D. qua G và song song với BC .

Câu 5. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. Vô số.

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H lần lượt là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây ?

- A. (AHC')
- B. $(AA'H)$
- C. (HAB)
- D. $(HA'C')$

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BD, AB, AD, BC, DC . Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

- A. P, Q, R, S B. M, N, R, S C. M, N, P, Q D. M, P, R, S .

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng nào sau đây đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

- A. AB B. CD C. $C'D'$ D. SC .

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$. M là điểm nằm trong tam giác ABC , $mp(\alpha)$ qua M và song song với AB và CD . Thiết diện của $ABCD$ cắt bởi $mp(\alpha)$ là:

- A. Tam giác. B. Hình chữ nhật. C. Hình vuông. D. Hình bình hành.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm lấy trên cạnh SA (M không trùng với S và A). $mp(\alpha)$ qua ba điểm M, B, C cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là:

- A. Tam giác B. Hình thang. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm AB . $mp(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- A. Tam giác. B. Hình thang. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ và M là điểm ở trên cạnh AC . $mp(\alpha)$ qua M và song song với AB . Thiết diện của tứ diện cắt bởi $mp(\alpha)$ là:

- A. Hình bình hành. B. Hình chữ nhật. C. Hình thang. D. Hình thoi.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của $mp(\alpha)$ tùy ý với hình chóp không thể là:

- A. Lục giác. B. Ngũ giác. C. Tứ giác. D. Tam giác.

ĐỀ LUYỆN TẬP HỌC KỲ I**ĐỀ 1**

Câu 1 (2,0 điểm). Giải các phương trình lượng giác sau:

1) $\cos 2x + 9\cos x + 5 = 0.$

2) $\sqrt{3} \sin 4x + \cos 4x - \sqrt{3} = 0.$

3) $\sin^3 x + 2\cos x - 2 + \sin^2 x = 0$

Câu 2 (1,0 điểm). Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau và chia hết cho 5 ?

Câu 3 (1,0 điểm). Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^4 - \frac{3}{2x^3}\right)^{14}$ với $x \neq 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $2C_{n+1}^1 - A_n^2 + 128 = 0$.

Câu 5 (1,0 điểm). Một hộp chứa 7 viên bi đỏ, 8 viên bi trắng, 6 viên bi vàng và tất cả các viên bi đều phân biệt. Lấy ngẫu nhiên trong hộp ra 4 viên bi, tính xác suất để chọn được 4 viên bi trong đó có nhiều nhất 2 viên bi vàng.

Câu 6 (3,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M nằm trên cạnh SB sao cho $SM = 2MB$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SCD .

1) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

2) Chứng minh đường thẳng MG song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

3) Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) , biết rằng (α) chứa đường thẳng MG và song song với đường thẳng SA .

Câu 7 (1,0 điểm). Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{4} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4095$. Tìm số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$.

ĐỀ 2**Câu 1. (2 điểm)**

Giải các phương trình sau:

a. $3 + 5 \sin x = \cos 2x$

b. $24(A_{x+1}^3 - C_x^{x-4}) = 23A_x^4.$

c. $9 \sin x + 6 \cos x - 3 \sin 2x + \cos 2x = 8$

Câu 2. (1 điểm)

Từ các chữ số: 1;2;3;4;5;6;7;8;9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm bốn chữ số khác nhau?

Câu 3. (1 điểm)

Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $\left(\frac{2}{x} + \frac{x}{3}\right)^{10}$.

Câu 4. (1 điểm)

Một nhóm gồm 7 học sinh có tên khác nhau, trong đó có hai học sinh tên là Như và Ý. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh đó thành một hàng dọc. Tính xác suất sao cho Như và Ý đứng cạnh nhau.

Câu 5. (1 điểm)

Một cấp số cộng, biết rằng $\begin{cases} u_1 + u_6 = 17 \\ u_2 + u_4 = 14 \end{cases}$. Tìm số hạng đầu, công sai, số hạng thứ mười tám và tổng của hai mươi số hạng đầu của cấp số cộng.

Câu 6. (4 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, gọi G là trọng tâm của $\triangle SAB$; I là trung điểm của AB .

a. Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD) ; (SID) và (SAC) .

b. Tìm giao điểm $M = SA \cap (CDG)$.

c. Xác định thiết diện với hình chóp $S.ABCD$ với (CDG)

d. Giả sử $N = SB \cap (CDG)$, Tính tỉ số $\frac{SN}{SB}$.

ĐỀ 3**Câu 1: (1,5 điểm)** Giải các phương trình sau:

- a) $2 \sin 2x - 2 \cos 2x = \sqrt{2}$.
- b) $\cos 2x + 7 \cos x - 3 = 0$.
- c) $\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 3x = \sin 3x \cos^2 x - \sin x$

Câu 2: (2 điểm)

- a) Với 4 chữ số 1; 2; 3; 4, có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 420?
- b) Trong hộp bút có 15 cây khác loại hoàn toàn, trong đó có 4 cây bút xanh, 5 cây bút đỏ và 6 cây bút đen. Lấy ra ngẫu nhiên 2 cây bút từ hộp bút. Tính xác suất để lấy được cả 2 cây đều màu đỏ.

Câu 3: (2 điểm)

- a) Tìm hệ số của x^9 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{24}$.
- b) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{18}$.

Câu 4: (1 điểm) Nhà trường muốn xếp phòng thi cho 6 môn thi: Toán, Lý, Hóa, Sinh, Văn và Ngoại Ngữ vào một dãy có 4 phòng được đánh số từ 1 đến 4, trong đó mỗi phòng được xếp từ 1 đến 2 môn. Tính xác suất để sắp xếp được 2 môn Toán và Hóa không cùng phòng.

Câu 5: (3,5 điểm) Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình thang ABCD, đáy lớn là $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, E là giao điểm của AB và CD.

- a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (SBC).
- b) Gọi G là trọng tâm của tam giác SCD. Tìm giao điểm của mặt phẳng (SAB) và đường thẳng DG.
- c) Chứng minh $OG \parallel (SBC)$.
- d) Xác định giao điểm K của OG và (SAD), tính tỉ số $\frac{KG}{KO}$.

ĐỀ 4

Câu 1: (2 điểm) Giải các phương trình lượng giác:

1. $\sin 2x = (\sin x - \cos x)^2$

2. $\sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x - \cos^2 x = -2$

3. $\cot x + \sin x(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{2}) = 4$

Câu 2: (1 điểm) Cho nhị thức $(b^2 + \frac{2}{b^3})^{15}$, ($b \neq 0$) Tìm số hạng không chứa b trong khai triển của nhị thức.

Câu 3: (1,5 điểm) Chứng minh rằng với mọi $n \in N^*$, ta có đẳng thức:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Câu 4: (1,5 điểm)

1. Từ 10 bông hồng và 8 bông cúc. Có bao nhiêu cách chọn 5 bông sao cho có ít nhất 2 bông hồng?
2. Một đề thi học kỳ 1 có 4 câu hỏi được chọn từ bộ đề ôn tập gồm 25 câu. Một học sinh chỉ thuộc 18 câu trong bộ đề đó. Tính xác suất để học sinh này trả lời được cả 4 câu hỏi.
3. Ba người cùng đi săn A,B,C độc lập với nhau cùng nổ súng bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của A,B,C tương ứng là 0,7; 0,6; 0,5. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.

Câu 5: (4 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O. Gọi H, K lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB. M là điểm thuộc đoạn CD (M khác C và D).

1. Tìm giao tuyến của (KAM) và (SBC), (SBC) và (SAD).
2. Chứng minh $HK \parallel (SCD)$
3. Chứng minh (HKO) song song mặt phẳng (SCD)
4. Tìm thiết diện tạo bởi (HKO) với hình chóp S.ABCD.

Cho $AB = a$, $SA = SB = SC = SD = 2a$. Tính diện tích thiết diện trên.

ĐỀ 5**Bài 1. (1,5 điểm)** Giải các phương trình lượng giác sau:

a. $\cos 2x + 5\sin x + 2 = 0.$

b. $\sin 5x - \sqrt{3}\cos 5x = -\sqrt{2}.$

c. $\sqrt{2} \cos 2x - (\sin 2x - 2) \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

Bài 2. (0,75 điểm) Giải phương trình sau: $A_x^1 + C_x^2 + C_x^3 = 14.$ **Bài 3. (0,75 điểm)** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{10} (x \neq 0).$ **Bài 4. (1,5 điểm)** Từ các chữ số 0;2;4;5;7;8;9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên:

a. Gồm 5 chữ số đôi một khác nhau và là số chẵn.

b. Gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho phải có mặt hai chữ số 2 và 9 .

Bài 5. (1,5 điểm) Người ta xếp ngẫu nhiên 4 quyển sách Toán, 5 quyển sách Lí và 6 quyển sách Hóa vào kệ dài. Tính xác suất sao cho:

a. Xếp được các quyển Toán đứng cạnh nhau, các quyển Lí đứng cạnh nhau và các quyển Hóa đứng cạnh nhau.

b. Không có quyển Lí nào đứng cạnh nhau.

Bài 6. (4,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SA, BC, CD; G là trọng tâm tam giác SCD và $E = AP \cap BD$.

a. Tìm giao điểm F của MP và mặt phẳng (SBD).

b. Chứng minh: $MN \parallel (SCD)$ và $GE \parallel (SAC)$.c. Lấy điểm H thuộc cạnh AD sao cho $\frac{AH}{AD} = n (0 < n < 1)$, mặt phẳng (P) qua H song song SA, CD cắt SD, SC, BC lần lượt tại K, L, R. Tìm hình tính của thiết diện được tạo bởi (P) với hình chóp S.ABCD.d. Cho $\frac{SA}{CD} = k$, $Q = HR \cap AC$. Tính n theo k để thiết diện HKLQ là hình thoi.

ĐỀ 6**Câu 1: (2 điểm)** Giải các phương trình sau:

a. $\sqrt{3} - 2 \sin 3x = 0$

b. $2 \cos^2 x + 9 \cos x - 5 = 0$

c. $\sin 9x - 2 \sin 8x \cos x = \sqrt{3} \left(\cos 7x - \frac{2\sqrt{3}}{3} \right)$

Câu 2: (2 điểm) Một hộp đựng 10 viên bi xanh được đánh số từ 1 đến 10, 8 viên bi đỏ được đánh số từ 1 đến 8 và 7 viên bi vàng được đánh số từ 1 đến 7. Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính xác suất để:

a. 4 viên bi được chọn không có bi đỏ.

b. 4 viên bi được chọn có đủ 3 màu và tích các số trên 4 viên bi đó là một số lẻ.

Câu 3: (1 điểm) Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển: $\left(2x^2 - \frac{3}{x^3} \right)^{10}, (x \neq 0)$.**Câu 4: (1 điểm)** Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_1 + 3u_5 = 28 \\ S_6 - u_3 = 29 \end{cases}$$
Câu 5: (4 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, O là giao điểm của AC và BD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SD .a. Tìm giao tuyến của (SCM) và (SBD) .b. Tìm giao điểm K của SA và (OMN) .c. Chứng minh rằng: $MN \parallel (SBC)$.d. Tìm thiết diện của (OMN) và hình chóp $S.ACD$. Thiết diện là hình gì?

ĐỀ 7

Bài 1 (2đ): Giải các phương trình sau:

a) $2\cos^2 2x + 3\sin 2x - 3 = 0$

b) $\cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x = \sqrt{3}$

c) $\cos 2x - \cos 3x + \cos 4x = 0$

Bài 2 (1đ): Tìm số tự nhiên n thỏa $C_n^2 - 2A_n^2 = -45$

Bài 3 (1đ): Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển $\left(2x - \frac{3}{x^2}\right)^{14}$ ($x \neq 0$)

Bài 4 (1.5đ): Một tổ có 7 nam và 6 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 em là trực nhật. Tìm xác suất sao cho trong 3 em:

a) Có đúng 1 nữ

b) Có nhiều nhất là 2 nam

Bài 5 (1.5đ): Tìm số hạng đầu, công sai d , số hạng thứ 9 và tổng của 12 số hạng đầu tiên của một cấp số

cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_1 + u_3 + u_5 = 9 \\ u_2 + 2u_3 + 3u_7 = 51 \end{cases}$

Bài 6 (3đ): Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, I lần lượt là trung điểm của

SB và BC

a) Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD) , (IMO) và (SAB)

b) Tìm giao điểm của MA và (SCD)

c) Chứng minh $OM \parallel (SID)$

GHK1 2018-2019

Bài 1. (6 điểm) Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $2\sin 3x + \sqrt{2} = 0$

b) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1$

c) $2\cos^2 x - 7\cos x + 3 = 0$

d) $8\cos^3\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos 3x$

Bài 2. (1 điểm) Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin 5x}{1 - \cos 2x}$

Bài 3. (1 điểm) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = 5\cos^2 x - 3\sin^2 x + 2013$$

Bài 4. (2 điểm) Điện thoại của An có mật khẩu gồm bốn kí tự bắt buộc là bốn chữ số thuộc từ 0 đến 9, ví dụ mật khẩu "0013".

- Hỏi An có bao nhiêu cách đặt mật khẩu cho điện thoại của mình?
- Sau khi đặt mật khẩu tùy ý cho điện thoại của mình An lại quên 2 chữ số cuối, chỉ nhớ tổng 2 chữ số cuối là 10. Hỏi An phải thử ít nhất bao nhiêu mật khẩu để chắc rằng sẽ tìm được mật khẩu đúng của mình đã quên?

HK1 2018 -2019

BÀI 1: (3 điểm) Giải các phương trình sau:

- $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$
- $\cos^2 x = \sin^2 x + \frac{1}{2}$
- $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$

BÀI 2: (1 điểm) Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong 2 lần gieo là một số lẻ.

BÀI 3: (1 điểm) Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) biết : $\begin{cases} u_3 - u_4 + u_7 = -5 \\ u_5 + 2u_6 = -13 \end{cases}$

BÀI 4: (1 điểm) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{10}$

BÀI 5: (1 điểm) Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau.

BÀI 6: (3 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang , $AB \parallel CD$ và $AB=2CD$.

Gọi I là trung điểm của SC , O là giao điểm của AC và BD.

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).
- Tìm giao điểm của AI và mặt phẳng (SBD).

Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Chứng minh : $OG \parallel mp(SCD)$.



KIỂM TRA HỌC KỲ I NĂM HỌC 2019-2020

MÔN:...TOÁN..... KHỐI 11

Thời gian làm bài:...90 phút

Đề thi gồm .01 trang, .06 bài.

BÀI 1: (3 điểm) Giải các phương trình sau:

- a) $2 \sin 2x = \sqrt{3}$.
 b) $2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$.
 c) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \sin x$.

BÀI 2: (1 điểm) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2.

BÀI 3: (1 điểm) Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $P(x) = (3-x)^8 (2x+1)$.

BÀI 4: (1 điểm) Trong một lớp học gồm có 12 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

BÀI 5: (1 điểm) Một tòa nhà hình tháp có 25 tầng và có tổng cộng 1325 phòng ,càng lên cao số phòng càng giảm .Biết rằng hai tầng liên tiếp hơn kém nhau 4 phòng. Quy ước tầng trệt là tầng 1, tiếp theo lên là tầng 2 , tầng 3 , ...Hỏi tầng số 9 có bao nhiêu phòng.

BÀI 6: (3 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình thang, đáy lớn AB và $AB = 2.CD$, O là giao điểm của AC và BD , G là trọng tâm tam giác SBC .

- a) Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (SAC) và (SBD) ; (SAB) và (SDC).
 b) Tìm giao điểm của (GAB) và SD .
 c) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BG và BO . Chứng minh IJ song song mặt phẳng (SCD).

.....HẾT.....



KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I NĂM HỌC 2020- 2021

MÔN: TOÁN KHỐI 11

Thời gian làm bài: 90 phút

(Không kể thời gian phát đề)

BÀI 1: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:(1 điểm)

$$y = 2 \cos^2 x - 1$$

BÀI 2: Giải các phương trình sau :(5 điểm)

$$1) \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2) \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} = 0$$

$$3) \sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$$

$$4) 2 \cos 2x + 2 \cos x - \sqrt{2} = 0$$

$$5) \sin 2x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$$

BÀI 3 :(2 điểm)

Từ các số 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 có thể lập được bao nhiêu:

- 1) Số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau trong đó chữ số đầu tiên là số 6.
- 2) Số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau trong đó chữ số tận cùng không phải số 3.
- 3) Số gồm 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

BÀI 4 :(2 điểm)

Một chi Đoàn có 8 đoàn viên nam và 4 đoàn viên nữ. Có bao nhiêu cách lập một tổ công tác gồm 7 người sao cho :

- 1) Không phân biệt nam nữ.
- 2) Luôn có nữ.

----- HẾT -----



KIỂM TRA HỌC KỲ I - NĂM HỌC 2020- 2021

MÔN: TOÁN KHỐI 11

Thời gian làm bài: 90 phút

(Không kể thời gian phát đề)

BÀI 1: Giải các phương trình sau: (3 điểm)

1) $2 \cos 3x + 1 = 0$

2) $\sqrt{3} \sin x + \cos x - \sqrt{2} = 0$

3) $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$

BÀI 2: (1 điểm) Một lớp học có 12 nữ sinh và 15 nam sinh. Hỏi Giáo viên Chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn ra một tổ trực gồm 5 học sinh để làm vệ sinh sát khuẩn phòng học biết rằng tổ trực phải có đủ cả nam và nữ.

BÀI 3 : (1 điểm) Tìm hệ số chứa x^5 trong khai triển

$$P(x) = x.(1-2x)^5 + x^2.(1+3x)^{10}$$

BÀI 4: (1 điểm) Một đoàn gồm 16 xe chở học sinh đi tham quan học tập ngoại khóa tại Đà Lạt được đánh số từ 1 đến 16. Ban tổ chức chọn ngẫu nhiên 5 xe để phát thưởng. Tính xác suất để trong 5 xe được chọn đều là xe đánh số chẵn.

BÀI 5 : (1 điểm) Cho cấp số cộng (u_n) với $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_3 + u_4 = 17 \end{cases}$.

Xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

BÀI 6 : (3 điểm)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành .Gọi K ,M lần lượt là trung điểm của BC và SC.

1) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

2) Tìm giao điểm của DM và mặt phẳng (SAB).

3) Đường thẳng AK cắt CD tại I , IM cắt SD tại L.Tìm thiết diện của hình chóp S.ABCD với mặt phẳng (AKM).Tính tỉ số $\frac{ML}{MI}$.

----- HẾT -----